**การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ของนักเรียนชั้น ม.3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง**



**ผู้วิจัย**

 **1. ด.ช.กิตติทัศน์ เรืองภักดีโรจน์ เลขที่ 3**

 **2. ด.ช.คณินทร์ เมฆกระจ่าง เลขที่ 5**

 **3. ด.ช.ชวกร พุ่มทับทิม เลขที่ 6**

 **4. ด.ช.ทางทอง แก้วรัตน์ เลขที่ 9**

 **5. ด.ช.ธนภัทร เรืองกลัด เลขที่ 11**

 **6. ด.ช.ปกรณ์เกียรติ โกมาร เลขที่ 14**

 **7. ด.ญ.กรวรรณ สกุลเรือง เลขที่ 20**

 **8. ด.ญ.ปฏิญญา แจ้งจิต เลขที่ 28**

 **9. ด.ญ.ยุคลธร ไหลสงวนงาม เลขที่ 31**

 **ที่ปรึกษา**

**คุณครูชาญณรงค์ เผือกเพี้ยน**

**บทคัดย่อ**

 **ชื่อรายงานการวิจัย** : การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 **ชื่อผู้วิจัย** : ด.ช.กิตติทัศน์ เรืองภักดีโรจน์ ม.3/12 เลขที่ 3

 ด.ช.คณินทร์ เมฆกระจ่าง ม.3/12 เลขที่ 5

 ด.ช.ชวกร พุ่มทับทิม ม.3/12 เลขที่ 6

 ด.ช.ทางทอง แก้วรัตน์ ม.3/12 เลขที่ 9

 ด.ช.ธนภัทร เรืองกลัด ม.3/12 เลขที่ 11

 ด.ช.ปกรณ์เกียรติ โกมาร ม.3/12 เลขที่ 14

 ด.ญ.กรวรรณ สกุลเรือง ม.3/12 เลขที่ 19

 ด.ญ.ปฏิญญา แจ้งจิต ม.3/12 เลขที่ 28

 ด.ญ.ยุคลธร ไหลสงวนงาม ม.3/12 เลขที่ 31

 **ปีที่ทำการวิจัย** : 2562

 วัตถุประสงค์ของการค้นคว้าอิสระนี้จัดทำขึ้นเพื่อศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 37 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง ว่าสามารถใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆได้หรือไม่ โดยจะให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง ได้ทำแบบสอบถามความพึงพอใจใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย จากนั้นจึงนำมาสรุป

**กิตติกรรมประกาศ**

งานค้นคว้าอิสระฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับการอบรมสั่งสอนโดย คุณครูชาญณรงค์ เผือกเพี้ยน ซึ่งเป็นที่ปรึกษาในงานค้นคว้าอิสระที่คอยแนะนำวิธีการต่างๆ และขอขอบคุณสมาชิกในงานค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ที่ช่วยกันทำงานจนสำเร็จไปได้ด้วยดี

ผู้ค้นคว้าอิสระ

**คำนำ**

 การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต สามารถใช้เป็นสื่อการเรียนรู้การสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีประสิทธิภาพในศึกษาการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ดี ช่วยให้มีความรู้ความเข้าใจ และพัฒนาความรู้การสะท้อนรูปเรขาคณิต ผู้ค้นคว้าอิสระมีความเห็นว่าการศึกษาค้นคว้าการสะท้อนรูปเรขาคณิต ด้วยโปรแกรม GSP มีความชัดเจนและเข้าใจได้มากกว่าการเรียนรู้บนกระดานดำเพียงอย่างเดียวจึงเสนองานค้นคว้าอิสระงานนี้เพื่อศึกษาค้นคว้า เพื่อทำให้นักเรียนสนใจในการการสะท้อนรูปเรขาคณิตเพิ่มขึ้น จึงตัดสินใจนำเสนองานค้นคว้าอิสระงานนี้

 งานค้นคว้าอิสระเล่มนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา IS แหล่งข้อมูลที่ได้ส่วนใหญ่มาจากอินเทอร์เน็ต ซึ่งอาจมีข้อผิดพลาดโดยไม่ตรงต่อเจตนา  ทางผู้ค้นคว้าอิสระจึงขออภัยและจะปรับปรุงให้ดีในครั้งต่อไป

ผู้ค้นคว้าอิสระ

**สารบัญ**

 **เรื่อง หน้า**

**บทคัดย่อ**  (ก)

**กิตติกรรมประกาศ** (ข)

**คำนำ** (ค)

**สารบัญ** (ง)

**บทที่ 1 บทนำ**  1

 ที่มาและความสำคัญ 1

 จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า 5

 สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า 5

 ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า 5

 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 5

 นิยามศัพท์เฉพาะ 6

 กรอบการศึกษาค้นคว้า 6

**บทที่ 2 เอกสารและงานค้นคว้าอิสระที่เกี่ยวข้อง**  7

 โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) 7

 รูปเรขาคณิต 11

 การแปลง 13

 การสะท้อน 21

 ตัวอย่างงานวิจัย 22

**บทที่ 3** **วิธีดำเนินงานค้นคว้าอิสระ**  23

**สารบัญ(ต่อ)**

 **เรื่อง หน้า**

 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 23

 เครื่องมือที่ใช้ในงานค้นคว้าอิสระ 23

 การเก็บรวบรวมข้อมูล 24

 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 24

 ระยะเวลา และแผนดำเนินการงานค้นคว้าอิสระ 27

 งบประมาณงานค้นคว้าอิสระ 27

**บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**  28

 ขั้นตอนและผลการดำเนินงาน 28

 ผลการศึกษาค้นคว้า 28

 วิเคราะห์ข้อมูลโดยเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวัตถุประสงค์ 33

และจุดมุ่งหมายในการปฏิบัติงานหรือการศึกษาค้นคว้า

**บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ** 34

 จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า 34

 สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า 34

 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า 34

 สรุปผลการศึกษาค้นคว้า 35

 อภิปรายผล 36

 ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า 37

 ข้อเสนอแนะจากการดำเนินงาน 37

**สารบัญ(ต่อ)**

 **เรื่อง หน้า**

**บรรณานุกรม**  38

**ภาคผนวก** 40

**บทที่ 1**

**บทนำ**

**ที่มาและความสำคัญ**

การค้นคว้านี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาการสะท้อนของรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP ในทางคณิตศาสตร์โดยโปรแกรมนี้จะช่วยเหลือในด้านการศึกษาการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆในด้านทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถที่จะสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี และอื่นๆ ได้ เป็นต้น เพราะฉะนั้นโปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการศึกษาค้นคว้าในงานนี้ เนื่องจากโปรแกรมนี้เป็นโปรแกรมที่สามารถใช้หลักการทางคณิตศาสตร์การแปลงทางคณิตศาสตร์ได้ซึ่งใช้ในการศึกษาค้นคว้างานนี้ได้

 การปฏิรูปการศึกษาของประเทศไทยในยุคปัจจุบันมีความหลากหลายสาเหตุ ซึ่งหนึ่งในนั้น การเกิดจากปัจจัยพื้นฐานคือกระแสโลกาภิวัตน์และความก้าวหน้าของเทคโนโลยีสารสนเทศ ทำให้โลกเต็มไปด้วยข่าวสารข้อ มูลที่มีการเคลื่อนไหวอย่างรวดเร็ว ส่งผลกระทบต่อเศรษฐกิจและสังคม เพราะกระแสโลกาภิวัตน์และวิกฤติเศรษฐกิจ ทำให้การเปิดเสรีทางการค้าก่อให้เกิดภาวะการปรับตัวไม่ทันทางสังคม ปัจจุบันวิถีชีวิตของคนไทยเปลี่ยนแปลงไปมากจากอิทธิพลของกระแส โลกาภิวัตน์ในอนาคตบุคคลสามารถแสวงหาแนวทางและค้นหาความรู้ได้ด้วยตนเอง เรียนรู้จาก สถานการณ์จริงในสังคม ผลกระทบดังกล่าวทำให้จำเป็นต้องปฏิรูปการศึกษา โดยเฉพาะด้าน การศึกษาแนวใหม่ที่สอดคล้องกับกระแสโลกาภิวัตน์ผู้เรียนสามารถเรียนรู้โดยวิธีใดก็ได้จะต้องมี ความหลากหลายและสามารถยืดหยุ่น ได้เนื่องจากกระแสการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของสังคม ยุคโลกาภิวัตน์ การศึกษายุคใหม่จะต้องพัฒนาคนให้มีความสามารถใช้ข้อมูลข่าวสารและทันต่อยุค แห่งเทคโนโลยี โดยสามารถนำมาพัฒนาเป็นกระบวนการเรียนรู้ของตนเองได้สำนักงานปฏิรูป การศึกษาไทยกล่าวไว้ว่าการศึกษาต้องเตรียมคนให้มีคุณสมบัติที่เหมาะสม กับเศรษฐกิจยุคโลกาภิวัตน์สามารถควบคุมภาวะวิกฤตเศรษฐกิจได้การศึกษาจะต้องมีเป้าหมาย หลักในการสร้างบุคคลแห่งการเรียนรู้เพื่อก่อให้เกิดองค์กรและสังคมแห่งการเรียนรู้ที่จะเป็นองค์ประกอบสำคัญในการขับเคลื่อนกระบวนการพัฒนาและยกระดับการศึกษาของประเทศให้สามารถเข้าสู่การแข่งขันกับนานาชาติได้

 แต่ปัจจุบันผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์จะพบว่า มีหลาย สาเหตุ บางคนไม่ชอบ เพราะรู้สึกว่ายากเกินไป บางคนไม่ชอบคิด บางคนไม่ชอบทำแบบฝึกหัด บางคนไม่ชอบเพราะครูสอนไม่เข้าใจครูสอนไม่สนุกครูดุ บ่น จึงอาจเป็นสาเหตุให้ทราบว่าผู้เรียนไม่ชอบคณิตศาสตร์เพราะอะไร จึงต้องคิดที่จะทำให้ผู้เรียนหันมาสนใจคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น และปัญหาสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อีก อย่างหนึ่งคือครูส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน ทำ ให้ผู้เรียนที่เรียนรู้ได้เร็วสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย ส่วนผู้เรียนที่เรียนรู้ช้า หรือฟังบรรยายไม่ทันหรือไม่เข้าใจเนื้อหาที่บรรยายก็จะเกิดความเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน เมื่อต้องเรียนเรื่องใหม่จะยิ่งประสบปัญหามากขึ้น เพราะขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐาน ส่งผลให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในที่สุด ดังนั้น การเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) เป็นโปรแกรมที่มีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ดีที่สุด ไม่ว่าจะเป็นเรื่องการแปลง การลงกราฟ การสร้างรูปเรขาคณิต และอื่นๆ เป็นต้น ยังสามารถเรียนรู้ได้จากโปรแกรมนี้

 ในปัจจุบันผู้เรียนอาจหาตำแหน่งการเกิดภาพของการสะท้อนของรูปเรขาคณิตได้ไม่ถูกต้องซึ่งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) จะเข้ามาช่วยในการหาตำแหน่งการเกิดภาพของการสะท้อนของรูปเรขาคณิตได้ดียิ่งขึ้นโดยจะสามารถหาตำแหน่งการสะท้อนของรูปเรขาคณิตได้หลายๆชนิด เช่น การสะท้อนรูปสี่เหลี่ยม การสะท้อนรูปสามเหลี่ยม การสะท้อนรูปห้าเหลี่ยม การสะท้อนรูปวงกลม การสะท้อนรูปวงรี และอื่นๆ เป็นต้น เพื่อที่ผู้เรียนจะได้รู้ตำแหน่งการเกิดภาพของการสะท้อนของรูปเรขาคณิต รวมทั้งยังจะทำให้ผู้เรียนได้ศึกษาและเรียนรู้วิธีการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) ไปด้วย ทำให้มีความรู้ความข้าใจทั้งการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ และรวมถึงวิธีการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) รวมไปด้วย

 จากปัญหาดังกล่าวผู้เรียนไม่รู้ว่าจะนำความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำ วันได้อย่างไร จึงไม่ตั้งใจเรียน ไม่มีความสนใจแสวงหาความรู้ไม่เห็นความจำ เป็นในการใฝ่ ศึกษา ส่งผลให้ไม่มีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ จึงใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) ใช้เป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต ในการ แก้ปัญหาได้รวมถึงจากการศึกษาสภาพการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นอกจากนั้นยังมีปัญหาที่เกิดขึ้นในด้านผู้เรียน ด้านการเรียนรู้ ด้านสาระการเรียนรู้โดยเฉพาะเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ซึ่งมีเนื้อหาที่ผู้เรียน เข้าใจยากแต่ผู้เรียนต้องเรียนรู้เพื่อนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การออกแบบลวดลายผลิตภัณฑ์ การนำไปประยุกต์ใช้ในด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรม เป็นต้น จึงมีความสนใจและต้องการแก้ปัญหา นี้โดยการพัฒนาเรียนรู้ควบคู่กับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) และพัฒนาผู้เรียนได้เรียนรู้ เทคโนโลยีที่ ก้าวล้ำ และทันสมัย

 คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ คิดได้อย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดคะเน วางแผน ในการตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเหมาะสม และยังเป็นสิ่งที่สามารถใช้ในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ และความสำคัญต่อการดำรงชีวิต สามารถที่จะช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น รวมทั้งยังสามารถที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการดำรงชีวิตในชีวิตประจำวันได้ ยังเป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุขมีความสมดุลกันระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการควบคู่กับคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมต่างๆ

 การเรียนคณิตศาสตร์นั้นในเนื้อหาเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเป็นเนื้อหาทางเรขาคณิต ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของรูปและตำแหน่งในปริภูมิเป็นวิชาที่ฝึกทักษะในด้านทางมิติสัมพันธ์และการให้เหตุผลแบบต่างๆ ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานของหลายสาขาวิชา เกี่ยวข้องกับการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม การศึกษาค้นคว้าโดยการแสดงให้เห็นเป็นรูปธรรมจึงมีความสำคัญ เพื่อพัฒนาประสิทธิภาพแนวทางหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการศึกษาค้นคว้าเพื่อให้เกิดความเข้าใจ ทำให้เกิดองค์ความรู้ กฎ ทฤษฎีต่างๆและหลักเกณฑ์ ที่จะทำให้เกิดความเข้าใจแนวทางหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถที่จะทำให้เกิดการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้ดีมีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยอาศัยความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และยังทำให้มีความสามารถในด้านทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

 เรขาคณิต เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทในการฝึกทักษะการให้เหตุผล ทักษะ การแก้ปัญหา และทักษะความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งสามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนให้มีประสิทธิภาพและในชีวิตประจำวันได้อย่างดีและรวมทั้งเป็นการช่วยพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีเหตุผล ทำงานเป็นระบบ มีขั้นตอน ลักษณะโจทย์บางรูปแบบยังช่วยพัฒนาความสามารถด้านการสำรวจเพื่อค้นพบ การตั้งข้อคาดเดา การสืบเสาะหาเหตุผลสนับสนุน ข้อคาดเดา ทั้งนี้เพื่อนำ ไปสู่ข้อสรุปที่นำ ไปใช้ในการแก้ปัญหาในที่สุด

 โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่มีศักยภาพโปรแกรมหนึ่งซึ่ง มีการได้นำเข้า มาเผยแพร่เพื่อยกระดับ และเพิ่มประสิทธิภาพทางด้านการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นเพื่อเป็นสื่อการสอน เพื่อช่วยในการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเพราะสามารถนำเสนอ ภาพเคลื่อนไหวอธิบายเนื้อหายาก ๆ ให้เกิดความรู้ ความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนั้นยังสามารถที่จะประยุกต์ใช้โปรแกรมในการสร้างสรรค์การสำรวจการวิเคราะห์พิสูจน์แนวคิดทฤษฎีต่าง ๆ ทาง คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดีนอกจากนั้น โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่ดีมากโปรแกรมหนึ่ง ซึ่งน่าศึกษาเป็นอย่างมากเพราะนอกจาก สร้างสรรค์ผลงานที่สวยงามได้แล้ว ยังเป็นโปรแกรมที่สร้างเสริมเพิ่มพลังสมอง เพราะสามารถแสดงการทดลองทางคณิตศาสตร์ให้เห็นจริงทำ ให้คณิตศาสตร์สนุกและไม่น่าเบื่อ ดังนั้นโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่พัฒนาการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีความทันสมัยและใช้เทคโนโลยีมาช่วยเสริมสร้างการจัดการเรียนรู้ และในปัจจุบัน เริ่มมีการแข่งขันการสร้างสรรค์ผลงานด้วยโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จึงเป็นสิ่งที่ทำให้กระตุ้นให้สถานศึกษาต่าง ๆ ตลอดจนผู้เรียนได้คุ้นเคย ทดลองใช้กับ โปรแกรมนี้ดังนั้น โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จึงริเริ่มเป็นที่น่าสนใจอย่างจริงจัง

 จากคำกล่าวข้างต้นโดยสรุปว่า โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) เป็นโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับการทำงานโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นการวัดมุม การสร้างรูปต่างๆทางเรขาคณิตการวาดกราฟ อื่นๆ และร่วมถึงการแปลงทางคณิตศาสตร์ด้วย ซึ่งในการแปลงทางคณิตศาสตร์นี้มีการสะท้อนรวมอยู่ด้วย ด้วยเหตุนี้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) จึงมีความจำเป็นที่จะช่วยในการศึกษางานค้นคว้าอิสระการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชิ้นนี้ได้โดยมีประสิทธิภาพมากขึ้นในการทำงานค้นคว้าอิสระงานนี้

 การศึกษาค้นคว้าทางด้านคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการประกอบการศึกษาค้นคว้า ซึ่งจะทำ ให้เกิด ความสนุกและมีความเข้าใจในการศึกษาค้นคว้ามากขึ้น ทำให้มีความสนใจในการศึกษาค้นคว้า สามารถทำให้มีทักษะ และสามารถทำให้มีประสิทธิภาพทางการเรียนหรือการศึกษาค้นคว้าได้ จนมีความแม่นยำและจำได้นานกว่า โดยสามารถที่จะสร้างความเข้าใจด้วยจากการกระทำกับวัตถุ

 จากหลักการและเหตุผลดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการศึกษาค้นคว้า แบบการเรียนรู้แบบร่วมมือควบคู่กับโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ที่มีต่อมาการเรียนการสอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงทำให้เห็นว่าผู้เรียนมีความสนใจ จึงสมควรที่จะนำรูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือควบคู่กับโปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) มาพัฒนาการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับผู้เรียน เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนให้สูงขึ้นและพัฒนาเรียนรู้ใหม่ให้มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น และส่งผลให้ผู้เรียนเกิดทักษะความคิดสร้างสรรค์ต่อไป

**จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า**

1. เพื่อศึกษาการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆโดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

 2. เพื่อศึกษาระดับความคิดเห็นที่มีต่อการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆโดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

**สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า**

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) จะสามารถช่วยในการศึกษาค้นคว้าการการแปลงในเรื่องของการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆได้ เช่น ไม่ว่าจะเป็นการสะท้อนของรูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี และอื่นๆ ได้ เป็นต้น

**ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า**

 1. ระยะเวลาที่ใช้

 ผู้ค้นคว้าอิสระใช้เวลาการศึกษาค้นคว้าอิสระภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562

 2. เนื้อหาที่ศึกษา

 เนื้อหาที่ศึกษามี 1 เรื่อง คือ การแปลงทางคณิตศาสตร์เรื่องการสะท้อน

 3. วิธีการรวบรวมข้อมูล

 ค้นคว้าหาข้อมูลจากอินเทอร์เน็ตหรือห้องสมุด

**ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ**

 1. ทำให้มีความรู้เกี่ยวกับการใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

 2. ทำให้รู้เกี่ยวกับการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ

**นิยามศัพท์เฉพาะ**

 1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) หมายถึง ประกอบไปด้วยเครื่องมือการสร้างทางเรขาคณิตแบบยุคลิดดั้งเดิม กล่าวคือ การสร้างรูปร่างต่าง ๆ (เช่นรูปสิบห้าเหลี่ยม) โดยการใช้ วงเวียนและสันตรง สามารถสร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรมนี้ อย่างไรก็ตาม โปรแกรมนี้ยังให้ผู้ใช้สามารถใช้การแปลง เพื่อที่จะสร้างรูปที่ไม่สามารถใช้วงเวียนและสันตรงได้ (เช่น รูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่า) นอกจากนี้ วัตถุในโปรแกรมยังสามารถเคลื่อนไหวได้

 2. การสะท้อน หมายถึง เป็นการแปลงที่จุดทุกจุดของรูปต้นแบบเคลื่อนที่ข้ามเส้นตรงเส้นหนึ่ง ซึ่งเปรียบเหมือนกระจกหรือเรียกว่าเส้นสะท้อน โดยที่เส้นนี้จะแบ่งครึ่ง และตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน

 3. รูปเรขาคณิต หมายถึง สารสนเทศเชิง[เรขาคณิต](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%80%E0%B8%A3%E0%B8%82%E0%B8%B2%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95)ที่คงเหลืออยู่หลังจากตัดข้อมูลตำแหน่ง ขนาด การจัดวาง และการสะท้อน ออกจากการพรรณนาของ[วัตถุทางเรขาคณิต](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%A7%E0%B8%B1%E0%B8%95%E0%B8%96%E0%B8%B8%E0%B8%97%E0%B8%B2%E0%B8%87%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C&action=edit&redlink=1)แล้ว หมายความว่า ไม่ว่าจะย้ายตำแหน่งรูปร่าง ขยายหรือย่อรูปร่าง หมุนรูปร่าง หรือสะท้อนรูปร่างในกระจก รูปร่างยังคงเดิมเหมือนต้นฉบับ คือไม่เปลี่ยนไปเป็นรูปร่างอื่น ทั้งนี้คำว่า รูปร่าง หรือ รูป ใช้เรียกวัตถุที่ไม่เกินสองมิติ ส่วนคำว่า รูปทรง หรือ ทรง ใช้เรียกวัตถุตั้งแต่สามมิติขึ้นไป

**กรอบการศึกษาค้นคว้า**

 **ตัวแปรอิสระ ตัวแปรตาม**

การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ของนักเรียนชั้น ม.3/12

ความเข้าใจของนักเรียนการในการศึกษาใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ของนักเรียนชั้น ม.3/12

**บทที่ 2**

**เอกสารและงานค้นคว้าอิสระที่เกี่ยวข้อง**

**เอกสารและงานค้นคว้าอิสระที่เกี่ยวข้อง**

ในการจัดทำงานค้นคว้าอิสระฉบับนี้ กลุ่มข้าพเจ้าได้รวบรวมเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับงานค้นคว้าอิสระ แบ่งออกเป็น 5 เรื่องดังนี้

 1.โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP)

 2. รูปเรขาคณิต

 3. การแปลง

 4. การสะท้อน

 5. ตัวอย่างงานวิจัย

**1. โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP)**

 เดอะจีโอเมเตอส์สเกตช์แพด (อังกฤษ: The Geometer's Sketchpad) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า สเกตช์แพด หรือ จีเอสพี (อังกฤษ: GSP) เป็นซอฟต์แวร์เรขาคณิตที่เป็นที่นิยมในเชิงพาณิชย์ ใช้สำหรับการสำรวจ เรขาคณิตแบบยูคลิด พีชคณิต แคลคูลัส และคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ โปรแกรมนี้สร้างขึ้นโดย นิโคลัส แจ็กกิว (Nicholas Jackiw) ออกแบบมาเพื่อให้ทำงานบนวินโดวส์ 95 หรือวินโดวส์เอ็นที 4.0 หรือรุ่นต่อจากนั้น และโอเอส 8.6 หรือรุ่นต่อจากนั้น (รวมถึงโอเอสเทน) และยังสามารถทำงานบนลินุกซ์ โดยอยู่ภายใต้การทำงานของไวน์ แต่ยังมีข้อบกพร่องเล็กน้อย

 **รายละเอียดของโปรแกรม**

 จีเอสพีประกอบไปด้วยเครื่องมือการสร้างทางเรขาคณิตแบบยุคลิดดั้งเดิม กล่าวคือ การสร้างรูปร่างต่าง ๆ (เช่นรูปสิบห้าเหลี่ยม) โดยการใช้วงเวียนและสันตรง ก็สามารถสร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรมนี้ อย่างไรก็ตาม โปรแกรมนี้ยังให้ผู้ใช้สามารถใช้การแปลง เพื่อที่จะสร้างรูปที่ไม่สามารถใช้วงเวียนและสันตรงได้ (เช่น รูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่า) นอกจากนี้ วัตถุในโปรแกรมยังสามารถเคลื่อนไหวได้

 จีเอสพียังสามารถวัดความยาวของส่วนของเส้นตรง ขนาดของมุม พื้นที่ พารามิเตอร์ ฯลฯ และยังสามารถสร้างฟังก์ชัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้ใช้สามารถสร้างวัตถุจากความสัมพันธ์กับวัตถุที่เลือก ทำให้สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งยากที่จะคิดด้วยมือได้

 **ประโยชน์ทางการศึกษา**

 จีเอสพีได้นำไปใช้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาเป็นจำนวนมาก ตลอดจนในสหรัฐอเมริกาและประเทศแคนาดา สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (NCTM) ระบุว่าหนึ่งในหกหลักเทคโนโลยีที่ว่า "เทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มันจะทำให้การสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ช่วยในการยกระดับการเรียนรู้ของนักเรียน" จีเอสพีก็เป็นส่วนหนึ่งในตัวอย่างเหล่านี้ ซึ่งโปรแกรมนี้จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่นแนวคิดในเรื่องความชัน การแปลงทางเรขาคณิต และจำนวนเต็ม

 ในปัจจุบันหน่วยงานทางการศึกษาของประเทศไทย ได้แก่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้จัดซื้อโปรแกรมจีเอสพี เวอร์ชัน 4.06 เป็นลิขสิทธิ์ของประเทศไทย และดำเนินการแปลโปรแกรมและคู่มือการใช้งานเป็นภาษาไทย (รวมทั้งเวอร์ชัน 5.06 ในปัจจุบัน) นอกจากนี้ ยังจัดให้มีการแข่งขันการใช้โปรแกรมนี้สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เพื่อพัฒนาความรู้และศักยภาพของนักเรียนอีกด้วย



 **ส่วนประกอบของ The Geometer ’S Sketchpad (GSP)**



 1. แถบชื่อ : สำหรับแสดงชื่อของแฟ้มเอกสารที่ใช้งานอยู่

 2. แถบเลื่อน : ลากแถบเครื่องมือเพื่อย้ายหน้าต่างเอกสาร

 3. กล่องปิด : คลิกกล่องนี้เพื่อปิดหน้าต่าง

 4. กล่องขยายสูงสุด : คลิกที่กล่องนี้เพื่อขยายหน้าต่างให้มีขนาดเต็มที่

 5. กล่องลดต่ำสุด : คลิกที่กล่องนี้เพื่อลดขนาดหน้าต่างให้เป็นไอคอน

 6. แป้นหน้า : คลิกแป้นหน้าเพื่อไปยังหน้าที่ต้องการ(แป้นหน้าจะปรากฏเมื่อเอกสารมีมากกว่าหนึ่งหน้า)

 7. เส้นกั่นแป้นหน้า:ลากเส้นนี้เพื่อปรับพื้นที่ของแป้นหน้าให้กว้างขึ้นหรือแคบลง(เส้นกั่นแป้นหน้าจะปรากฏเมื่อเอกสารมีมากกว่าหนึ่งหน้า

 8. แถบเลื่อน: คลิกหรือลากแถบนี้เพื่อเลื่อนหน้าต่างขึ้นลงหรือเลื่อนไปทางซ้ายหรือขวา

 **แถบค่าสั่ง(Menu bar)**



 แถบเมนูเป็นบรรทัดที่แสดงค่าสั่งในการทำงานในหมวดต่างๆ
 **ค่าสั่งในเมนูSketchpad ประกอบด้วย**

 1. เมนูแฟ้ม

 2. เมนูแก้ไข

 3. แสดงผล

 4. เมนูสร้าง

 5. เมนูการแปลง

 6. เมนูวัดผล

 7. เมนูกราฟ

 **กล่องเครื่องมือ**
 เมื่อเริ่มต้นโปรแกรม GSP กล่องเครื่องมือจะอยู่ด้านซ้ายของหน้าจอมีทั้งหมด 6 ชนิด



**2. รูปเรขาคณิต**

 รูปร่างเรขาคณิต หรือ รูปทรงเรขาคณิต คือสารสนเทศเชิงเรขาคณิตที่คงเหลืออยู่หลังจากตัดข้อมูลตำแหน่ง ขนาด การจัดวาง และการสะท้อน ออกจากการพรรณนาของวัตถุทางเรขาคณิตแล้ว หมายความว่า ไม่ว่าจะย้ายตำแหน่งรูปร่าง ขยายหรือย่อรูปร่าง หมุนรูปร่าง หรือสะท้อนรูปร่างในกระจก รูปร่างยังคงเดิมเหมือนต้นฉบับ คือไม่เปลี่ยนไปเป็นรูปร่างอื่น ทั้งนี้คำว่า รูปร่าง หรือ รูป ใช้เรียกวัตถุที่ไม่เกินสองมิติ ส่วนคำว่า รูปทรง หรือ ทรง ใช้เรียกวัตถุตั้งแต่สามมิติขึ้นไป

 วัตถุต่าง ๆ ที่มีรูปร่างเหมือนกัน เราจะกล่าวว่าวัตถุเหล่านั้นคล้ายกัน (similar) และถ้าวัตถุเหล่านั้นมีขนาดเดียวกันด้วย เราจะกล่าวว่าวัตถุเหล่านั้นสมภาคกันหรือเท่ากันทุกประการ (congruent)

 รูปร่างเรขาคณิตสองมิติหลายรูป สามารถนิยามขึ้นได้จากเซตของจุด (point) หรือจุดยอด (vertex) กับเส้นตรง (line) ที่เชื่อมโยงจุดเหล่านั้นอย่างต่อเนื่องเป็นลูกโซ่ปิด ตลอดจนจุดที่อยู่ภายในรูปร่างที่เป็นผลลัพธ์ รูปร่างเช่นนั้นเรียกว่ารูปหลายเหลี่ยม (polygon) เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม ฯลฯ รูปร่างนอกเหนือจากนี้อาจมีขอบเขตเป็นเส้นโค้ง เช่น รูปวงกลมหรือรูปวงรี เป็นต้น

 ในทางเดียวกัน รูปทรงเรขาคณิตสามมิติหลายรูป สามารถนิยามขึ้นได้จากเซตของจุดยอด เส้นตรงที่เชื่อมโยงจุดยอดเหล่านั้น และหน้า (face) ที่ปิดล้อมโดยเส้นตรงเหล่านั้น ตลอดจนจุดที่อยู่ภายในรูปทรงที่เป็นผลลัพธ์ รูปทรงเช่นนั้นเรียกว่าทรงหลายหน้า (polyhedron) เช่น ทรงลูกบาศก์ ทรงพีระมิด ทรงสี่หน้าปกติ ฯลฯ รูปทรงนอกเหนือจากนี้อาจมีขอบเขตเป็นผิวโค้ง เช่น ทรงกลมหรือทรงรี เป็นต้น

 รูปทรงในมิติที่สูงกว่านี้ เกิดจากการคำนวณทางทฤษฎี ไม่สามารถสร้างวัตถุขึ้นได้ในโลกความจริง แต่แสดงให้เห็นได้ผ่านการฉาย (projection) ให้เป็นภาพสองมิติ

 รูปร่างหนึ่ง ๆ จะเรียกว่าเป็น คอนเวกซ์พอลิโทป (convex polytope) ถ้าทุกจุดบนส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดสองจุดใด ๆ ภายในรูปร่าง เป็นส่วนหนึ่งของรูปร่างนั้น



**3. การแปลง**

การแปลงทางเรขาคณิต เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับการย้ายวัตถุจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่ง โดยอาจมีการเปลี่ยนแปลงขนาด รูปร่าง หรือตำแหน่ง ให้ต่างไปจากเดิมหรือไม่ ตัวอย่างของการแปลงที่เคยพบเช่น รถยนต์ซึ่งเดิมอยู่บนทางลาดย้ายเข้าไปจอดในช่องจอดรถ การหมุนของเข็มยาวของนาฬิกา จากปลายเข็มยาวชี้ที่ตัวเลข 12 ไปชี้ที่ตัวเลข 6 หรือลูกโป่งที่มีอากาศอัดอยู่เมื่อปล่อยอากาศออกทำให้ลูกโป่งเคลื่อนที่ออกไปและตกลงเมื่ออากาศที่อยู่ในลูกโป่งดันออกมาจนไม่มีแรงดัน สิ่งเหล่านี้เกี่ยวข้องกับการแปลงทั้งสิ้น  สิ่งสำคัญของการแปลงคือ จุดทุกจุดของวัตถุที่อยู่ที่เดิม (หรือขนาดเดิม) จะต้องมีการส่งไปยังวัตถุที่ตำแหน่งใหม่ (หรือขนาดใหม่) ทุกจุด จุดต่อจุด

 ในทางเรขาคณิตมีการแปลงที่กล่าวถึงความเกี่ยวข้องกันระหว่างรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงและรูปเรขาคณิตหลังการแปลง เราเรียกรูปเรขาคณิตก่อนการแปลงว่า รูปต้นแบบ และเรียกรูปเรขาคณิตหลังการแปลงว่า ภาพที่ได้จากการแปลง

 การแปลงทางเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานมีทั้งหมด 4 แบบ คือ การเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการย่อ / ขยาย แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงการแปลงทางเรขาคณิต 3 แบบ ได้แก่ การเลื่อนขนาน การสะท้อนและการหมุน การแปลงทางเรขาคณิตทั้งสามแบบนี้จะได้ภาพที่มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดเดียวกันกับรูปต้นแบบเสมอ

 **การเลื่อนขนาน**

 การเลื่อนขนานบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะเท่ากันตามที่กำหนด



 รูปลูกกุญแจจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางตามลูกศรโดยที่รูปร่างและขนาดไม่เปลี่ยนแปลง จากรูปจะเห็นว่า AM และ BN ยาวเท่ากันและขนานกัน

 **สมบัติของการเลื่อนขนาน**

 1. รูปที่ได้จากการเลื่อนขนานกับรูปต้นแบบเท่ากันทุกประการ
 2. จุดแต่ละจุดที่สมนัยกันบนรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานกับรูปต้นแบบจะมีระยะห่างเท่ากัน
        3. ภายใต้การเลื่อนขนาน จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างและขนาดของรูปต้นแบบ
 **ตัวอย่าง**

 จุดยอดของรูป ΔPQR คือ P(-3, 2) Q( 1, 4) และ R(3, 1) จงสร้างรูป ΔPQR แล้ววาดรูป สามเหลี่ยมที่เกิดจากการเลื่อนขนานไปทางขวา 4 หน่วย และขึ้นบน 3 หน่วย

 **วิธีคิด**

 หาค่าพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมใหม่ ดังนี้
 จุดยอดเดิม ไปทางขวา 4 ขึ้นบน 3 จุดยอดใหม่
 1. P(-3, 2) + (4, 3) => P′(1, 5)
 2. Q(1, 4) + (4, 3) => Q′(5, 7)
 3. R(3, 1) + (4, 3) => R′(7, 4)

 ค่าพิกัดของจุดยอดใหม่ คือ P′(1, 5) , Q′(5, 7) , R′(7, 4) เขียนกราฟของจุด P′, Q′ และ R′แล้ววาดรูป Δ P′ Q′ R′ ดังนี้



 **การสะท้อน**

 การสะท้อนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีเส้นตรง l ที่ตรึงเส้นหนึ่งเป็นเส้นสะท้อน แต่ละจุด P บนระนาบจะมีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด P โดยที่

 1. ถ้าจุด P ไม่อยู่บนเส้นตรง l แล้วเส้นตรง l จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ PP'

 2. ถ้าจุด P อยู่บนเส้นตรง l แล้วจุด P และจุด P' เป็นจุดเดียวกัน

 **สมบัติของการสะท้อน**

 1. รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการสะท้อน สามารถทับกันได้สนิทโดยต้องพลิกรูป หรือกล่าวว่า รูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการสะท้อนเท่ากันทุกประการ

 2. ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบ กับจุดที่สมนัยกันบนภาพที่ได้จากการสะท้อนจะขนานกัน

 รูปเรขาคณิตที่สามารถหารอยพับและพับรูปทั้งสองข้างของรอยพับให้ทับกันสนิทได้เรียกว่า รูปสมมาตรบนเส้น และเรียกรอยพับนี้ว่า แกนสมมาตร รูปสมมาตรบนเส้นแต่ละรูปอาจมีจำนวนแกนสมมาตรไม่เท่ากัน

 เส้นสะท้อน (แกนสมมาตร) จะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน

 สรุปได้ว่ารูปที่เกิดจาการสะท้อนคือรูปสมมาตรบนเส้น โดยมีเส้นสะท้อนคือแกนสมมาตรนั่นเอง



 การสะท้อนบนระนาบ วางรูปต้นแบบไว้ด้านใดด้านหนึ่งของเส้นสะท้อน

 ถ้าเส้นสะท้อนเป็นแกน Y พิกัดของภาพที่เกิดจากการสะท้อน คือการเปลี่ยนเครื่องหมายของสมาชิกตัวหน้าเป็นเครื่องหมายตรงข้ามทุกจุดของรูปต้นแบบ ส่วนสมาชิกตัวหลังให้คงเดิมไว้

 ถ้าเส้นสะท้อนเป็นแกน X พิกัดของภาพที่เกิดจากการสะท้อน คือการเปลี่ยนเครื่องหมายของสมาชิกตัวหลังเป็นเครื่องหมายตรงข้ามทุกจุดของรูปต้นแบบ ส่วนสมาชิกตัวหน้าให้คงเดิมไว้

 ถ้าเส้นสะท้อนขนานแกน X หรือแกน Y ให้นับช่องตารางหาระยะระหว่างจุดที่กำหนดให้กับเส้นสะท้อนซึ่งภาพของจุดนั้นจะอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะที่เท่ากันกับระยะที่นับได้เมื่อได้ภาพของจุดนั้นแล้วจึงหาพิกัด

 ถ้าเส้นสะท้อนไม่ขนานแกน X และไม่ขนานกับแกน Y แต่เป็นเส้นในแนวทแยง ให้ลากเส้นตรงผ่านจุดที่กำหนดให้และตั้งฉากกับเส้นสะท้อน ภาพของจุดที่กำหนดให้จะอยู่บนเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้นและอยู่ห่างจากเส้นสะท้อนเป็นระยะเท่ากันกับจุดที่กำหนดให้อยู่ห่างจากเส้นสะท้อน เมื่อได้ภาพของจุดนั้นแล้วจึงหาพิกัด



**ภาพที่ได้จากการสะท้อน**







 **การหมุน**

 การหมุนบนระนาบเป็นการแปลงทางเรขาคณิตที่มีจุด O เป็นจุดที่ตรึงอยู่จุดหนึ่งเรียกว่า O ว่า จุดหมุน แต่ละจุด P บนระนาบ มีจุด P' เป็นภาพที่ได้จากการหมุนจุด P รอบจุด O ตามทิศทางที่กำหนดด้วยมุมที่มีขนาด K โดยที่

 1. ถ้าจุด P ไม่ใช่จุด O แล้ว OP = OP' และขนาดของมุม POP' เท่ากับ K
 2. ถ้าจุด P เป็นจุดเดียวกันกับจุด O แล้ว P เป็นจุดหมุน

 **สมบัติของการหมุน**

 1. สามารถเลื่อนรูปต้นแบบทับภาพที่ได้จากการหมุนได้สนิท โดยไม่ต้องพลิกรูปหรือกล่าวว่า รูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการหมุนเท่ากันทุกประการ
 2. ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนส่วนของเส้นตรงนั้นไม่จำเป็นต้องขนานกันทุกคู่ หรืออาจกล่าวได้ว่า จุดบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการหมุนจุดนั้น แต่ละคู่อยู่บนวงกลมเดียวกันและมีจุดหมุนเป็นจุดศูนย์กลาง แต่วงกลมเหล่านี้ไม่จำเป็นต้องมีรัศมียาวเท่ากัน

 **ลักษณะของการหมุน**

 การหมุนจะหมุนทวนเข็มหรือตามเข็มนาฬิกาได้ จุดหมุนจะเป็นจุดที่อยู่บนรูปหรือนอกรูปก็ได้ โดยที่จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนานของมุมที่กำหนด

 **ตัวอย่าง**

 กำหนดให้ ∆A'B'C' เป็นภาพที่เกิดจากการหมุนรูป ∆ABC ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา โดยที่ A เป็นจุดหมุน และหมุนทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 60 องศา โดยมีจุด O เป็นจุดหมุนที่ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ



**วิธีทำ**
 กรณีที่ A อยู่บนรูปต้นแบบและเป็นจุดหมุน พิจารณาด้าน AC สร้างมุม CAC' กาง 60 องศาในทิศตามเข็มนาฬิกา แล้วลากด้าน AC' ให้มีความยาวเท่ากับด้าน AC ในทำนองเดียวกันสร้างมุม BAB' กาง 60 องศา ในทิศตามเข็มนาฬิกาและลากด้าน AB' ให้มีความยาวเท่ากับด้าน AB แล้วลากด้าน B'C'



 กรณีที่จุดหมุน O ไม่อยู่บนรูปต้นแบบ ลากเส้น AO และ BO สร้างมุม AOA' กาง 60 องศา ในทิศทวนเข็มนาฬิกา ลากเส้น OA' ให้มีความยาวเท่ากับด้าน OA ในทำนองเดียวกัน สร้างมุม BOB' ทิศทวนเข็มนาฬิกากาง 60 องศา ลากเส้น OB' ให้มีความยากเท่ากับด้าน AB ลากเส้นตรงเชื่อม B'C'



**4. การสะท้อน**

 การสะท้อน (อังกฤษ: reflection) ต้องมีรูปต้นแบบที่ต้องการสะท้อนและเส้นสะท้อน (reflection line หรือ Mirror line) การสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อนเสมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อนหรือการดูเงา สะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน

 1.รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปเดิม

 2.เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน



**5. ตัวอย่างงานวิจัย**

 **บทคัดย่อ**

 ชื่อรายงานการวิจัย : การใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer’s Sketchpad สำหรับครูคณิตศาสตร์

 ชื่อผู้วิจัย : รองศาสตราจารย์ฉวีวรรณ แก้วไทรฮะ

 ปีที่ทำการวิจัย : 2554

 วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อศึกษาสมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ด้านการใช้เทคนิควิเคราะห์ ย้อนกลับในการสร้างสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วยโปรแกรม Geometer’s Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ ของแวน ฮิลี การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพที่ใช้ Rubric Scores ในการประเมินสมรรถนะของครู คณิตศาสตร์ที่สุมตัวอย่างแบบเจาะจง กลุ่มตัวอย่างเป็นครูคณิตศาสตร์ที่เข้ารับการอบรมที่วิทยาลัยนานาชาติ มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา จำนวน 20 คน กลุ่มตัวอย่างได้ผ่านการอบรมเชิงปฏิบัติการ เรื่อง การสอน การคิดขั้นสูงโดยใช้โปรแกรม Geometer’s Sketchpad เป็นเวลา 1 สัปดาห์ และได้รับการฝึกปฏิบัติเรื่อง การ ใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับในการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วย Geometer’s Sketchpad ตามขั้นตอนการ เรียนรู้ของ Van Hiele จ านวน 3 ชั่วโมง จากนั้นกลุ่มตัวอย่างจะท ากิจกรรม 8 กิจกรรม เกี่ยวกับการเท่ากันทุก ประการของรูปสามเหลี่ยม (สัจพจน์ ด-ม-ด, ด-ด-ด, ม-ด-ม และทฤษฎี ม-ม-ด และ ด้านตรงข้ามมุมฉากกับ ด้านประกอบมุมฉาก) โดยใช้เทคนิควิเคราะห์ย้อนกลับ กลุ่มตัวอย่างจะน าเสนอผลงานในวันสุดท้ายของการ อบรมเชิงปฏิบัติการ ผู้วิจัยใช้ Rubric Scores แบบที่ 1 ในการประเมินผลงานจากกิจกรรมการใช้เทคนิค วิเคราะห์ย้อนกลับ 8 กิจกรรม ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 85.06 และใช้ Rubric Scores แบบที่ 2 ในการ ประเมินผลงานการออกแบบสื่อการเรียนรู้ด้วย Geometer’s Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของ Van Hiele ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 92.75 ผลการวิจัยพบว่า สมรรถนะของครูคณิตศาสตร์ในการใช้เทคนิควิเคราะห์ ย้อนกลับในการออกแบบสื่อการเรียนรู้เรขาคณิตด้วย Geometer’s Sketchpad ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของ Van Hiele ได้ค่าเฉลี่ยรวมร้อยละ 91.34

**บทที่ 3**

**วิธีดำเนินงานค้นคว้าอิสระ**

**ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง**

 ประชากรที่ใช้ในงานค้นคว้าอิสระครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง

**เครื่องมือที่ใช้ในงานค้นคว้าอิสระ**

 **1. ประเภทเครื่องมือที่ใช้ในงานค้นคว้าอิสระ**

1. แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 2. สื่อการเรียนรู้การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 **2. วิธีการสร้างและการตรวจสอบคุณภาพ**

1. ศึกษาเอกสารและงานค้นคว้าอิสระที่เกี่ยวข้อง

 ผู้ค้นคว้าอิสระได้ศึกษาเอกสารและงานค้นคว้าอิสระที่เกี่ยวข้องการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ

 2. สังเคราะห์และออกแบบเครื่องมือการค้นคว้าอิสระ

 ผู้ค้นคว้าอิสระได้ออดกแบบเครื่องมืองานค้นคว้าอิสระที่เป็นแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 3. ตรวจสอบเครื่องมือการค้นคว้าอิสระ

ผู้ค้นคว้าอิสระให้ แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน แล้วให้ดูสื่อการเรียนรู้ จากนั้นให้ลองทำแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 4. การหาประสิทธิภาพของเครื่องมือการค้นคว้าอิสระ

 แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต มีความตรงตามจุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้าในงานนี้

 5. ประเมินเครื่องมือการค้นคว้าอิสระ

 ผู้ค้นคว้าอิสระนำผลที่ได้จากค่าเฉลี่ยแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตมาสรุป

**การเก็บรวบรวมข้อมูล**

 ในการดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนดังนี้

 1. ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทองดูสื่อการเรียนรู้ ทำแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 2. นำผลที่ได้ในแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตมาหาค่าเฉลี่ย

 3. นำผลที่ได้จากการหาค่าเฉลี่ยมาสรุป

**การวิเคราะห์ข้อมูลและหาค่าเฉลี่ยที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล**

ในงานค้นคว้าอิสระครั้งนี้ ผู้ค้นคว้าอิสระได้ทำแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ดังนี้

**ตอนที่ 1** ข้อมูลทั่วไป

1. เพศชาย หญิง

2. อาชีพ นักเรียน-นักศึกษา อื่นๆ ระบุ.......................

3. วุฒิการศึกษา มัธยมต้น มัธยมปลาย

**ตอนที่ 2** แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

**ระดับความคิดเห็น**

5 หมายถึง เห็นด้วยอย่างยิ่ง

4 หมายถึง เห็นด้วย

3 หมายถึง ไม่แน่ใจ

2 หมายถึง ไม่เห็นด้วย

1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 1. | โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ทันสมัยที่สามารถนำมาช่วยในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ |  |  |  |  |  |
| 2. | โปรแกรม GSP สามารถสร้างภาพเงาที่เกิดจากการสะท้อนได้ |  |  |  |  |  |
| 3. | โปรแกรม GSP สามารถนำมาเป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ไขปัญหา และการศึกษาได้ |  |  |  |  |  |
| 4. | โปรแกรม GSP ช่วยให้สะท้อนรูปเรขาคณิตได้อย่างแม่นยำ |  |  |  |  |  |
| 5. | โปรแกรม GSP สามารถนำความรู้ที่ได้จากการสะท้อนประยุกต์เป็นสื่อการสอนได้ |  |  |  |  |  |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 6. | โปรแกรม GSP สามารถทำให้การสะท้อนมีความน่าสนใจมากขึ้น |  |  |  |  |  |
| 7. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาตกแต่งเป็นลายเสื้อผ้าได้ |  |  |  |  |  |
| 8. | โปรแกรม GSP สามารถนำการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาตกแต่งกล่องของขวัญให้สวยงามได้ |  |  |  |  |  |
| 9. | โปรแกรม GSP ทำให้มีความเข้าใจในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ดี |  |  |  |  |  |
| 10. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาสร้างงานศิลปะได้ |  |  |  |  |  |
| 11. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาออกแบบชิ้นงานได้ |  |  |  |  |  |
| 13. | การสะท้อนโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถสร้างเป็นรูปปริซึม และรูปทรงกระบอกได้ |  |  |  |  |  |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 15. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตทำให้มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น |  |  |  |  |  |
|  | รวม |  |  |  |  |  |

**ข้อเสนอแนะ**

**.......................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................................**

**ระยะเวลา และแผนดำเนินการงานค้นคว้าอิสระ**

ระยะเวลาในการวิจัย คือ 1 ภาคเรียน การศึกษาปี 2562

**งบประมาณงานค้นคว้าอิสระ**

งบประมาณงานวิจัยประมาณ 80 บาท

**บทที่ 4**

**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**

 **ขั้นตอนและผลการดำเนินงาน**

ผู้วิจัยมีขั้นตอนและผลการดำเนินงาน ดังนี้ ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง ที่ได้อบรมการใช้ The Geometer's Sketchpad(GSP)และทำการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ จากนั้นนำผลการปฏิบัติงานตรวจสอบการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆ ผลที่ได้จากการตรวจสอบมาสรุป

 **ผลการศึกษาค้นคว้า**

**ตอนที่ 1** ข้อมูลทั่วไป

**1. เพศ**

ผลการศึกษาค้นคว้านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง เป็นเพศชายจำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 46.43 เป็นเพศหญิงจำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 53.57

**2. อาชีพ**

ผลการศึกษาค้นคว้านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง เป็นนักเรียน จำนวน 28 คน ร้อยละ 100.00

**3. วุฒิการศึกษา**

 ผลการศึกษาค้นคว้านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง เป็นนักเรียนมัธยมต้น จำนวน 28 คน ร้อยละ 100.00

**ตอนที่ 2** แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

**ระดับความคิดเห็น**

5 หมายถึง เห็นด้วยอย่างยิ่ง

4 หมายถึง เห็นด้วย

3 หมายถึง ไม่แน่ใจ

2 หมายถึง ไม่เห็นด้วย

1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 1. | โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ทันสมัยที่สามารถนำมาช่วยในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ | 53.57 | 39.28 | 7.14 | 0.00 | 0.00 |
| 2. | โปรแกรม GSP สามารถสร้างภาพเงาที่เกิดจากการสะท้อนได้ | 28.57 | 60.71 | 10.71 | 0.00 | 0.00 |
| 3. | โปรแกรม GSP สามารถนำมาเป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ไขปัญหา และการศึกษาได้ | 21.42 | 50.00 | 28.57 | 0.00 | 0.00 |
| 4. | โปรแกรม GSP ช่วยให้สะท้อนรูปเรขาคณิตได้อย่างแม่นยำ | 46.43 | 57.14 | 28.57 | 0.00 | 0.00 |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 5. | โปรแกรม GSP สามารถนำความรู้ที่ได้จากการสะท้อนประยุกต์เป็นสื่อการสอนได้ | 14.28 | 57.14 | 28.57 | 0.00 | 0.00 |
| 6. | โปรแกรม GSP สามารถทำให้การสะท้อนมีความน่าสนใจมากขึ้น | 21.43 | 57.14 | 21.43 | 0.00 | 0.00 |
| 7. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาตกแต่งเป็นลายเสื้อผ้าได้ | 14.27 | 32.14 | 53.57 | 0.00 | 0.00 |
| 8. | โปรแกรม GSP สามารถนำการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาตกแต่งกล่องของขวัญให้สวยงามได้ | 14.29 | 35.71 | 50.00 | 0.00 | 0.00 |
| 9. | โปรแกรม GSP ทำให้มีความเข้าใจในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ดี | 14.28 | 71.42 | 14.28 | 0.00 | 0.00 |
| 10. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาสร้างงานศิลปะได้ | 7.14 | 71.43 | 17.86 | 3.57 | 0.00 |
| 11. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาออกแบบชิ้นงานได้ | 14.28 | 53.57 | 32.14 | 0.00 | 0.00 |
| **ข้อที่** | **คำถาม** | **ระดับความคิดเห็น** |
| **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
| 12. | สามารถอธิบายหลักการในการสะท้อนในโปรแกรม GSP ได้ | 21.42 | 46.42 | 32.14 | 0.00 | 0.00 |
| 13. | การสะท้อนโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถสร้างเป็นรูปปริซึม และรูปทรงกระบอกได้ | 21.42 | 46.42 | 17.85 | 10.71 | 3.57 |
| 14. | โปรแกรม GSP สามารถเป็นสื่อในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ | 32.14 | 46.43 | 21.43 | 0.00 | 0.00 |
| 15. | การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตทำให้มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น | 17.85 | 57.14 | 25.00 | 0.00 | 0.00 |

ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 1 คือ โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ทันสมัยที่สามารถนำมาช่วยในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยอย่างยิ่งร้อยละ 53.57

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 2 คือ โปรแกรม GSP สามารถสร้างภาพเงาที่เกิดจากการสะท้อนได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 60.71

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 3 คือ โปรแกรม GSP สามารถนำมาเป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ไขปัญหา และการศึกษาได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 50.00

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 4 คือ โปรแกรม GSP ช่วยให้สะท้อนรูปเรขาคณิตได้อย่างแม่นยำ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 5 คือ โปรแกรม GSP สามารถนำความรู้ที่ได้จากการสะท้อนประยุกต์เป็นสื่อการสอนได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 6 คือ โปรแกรม GSP สามารถทำให้การสะท้อนมีความน่าสนใจมากขึ้น ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 7 คือ การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาตกแต่งเป็นลายเสื้อผ้าได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ ไม่แน่ใจร้อยละ 53.57

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 8 คือ โปรแกรม GSP สามารถนำการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาตกแต่งกล่องของขวัญให้สวยงามได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ ไม่แน่ใจร้อยละ 50.00

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 9 คือ โปรแกรม GSP ทำให้มีความเข้าใจในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ดี ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 71.42

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 10 คือ การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาสร้างงานศิลปะได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 71.43

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 11 คือ การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาออกแบบชิ้นงานได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 53.57

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 12 คือ สามารถอธิบายหลักการในการสะท้อนในโปรแกรม GSP ได้ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.42

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 13 คือ การสะท้อนโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถสร้างเป็นรูปปริซึม และรูปทรงกระบอกได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.42

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 14 คือ โปรแกรม GSP สามารถเป็นสื่อในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.43

 ผลการศึกษาค้นคว้าในการตอบแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต จากข้อ 15 คือ การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตทำให้มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 **วิเคราะห์ข้อมูลโดยเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวัตถุประสงค์และจุดมุ่งหมายในการปฏิบัติงานหรือการศึกษาค้นคว้า**

การวิจัยครั้งนี้มีผลการวิจัยเป็นไปตามวัตถุประสงค์และจุดมุ่งหมายในการปฏิบัติงานหรือการจัดทำการศึกษาค้นคว้า โดยที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง สามารถใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆได้ดี และทำให้มีพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ตามวัตถุประสงค์และจุดมุ่งหมายในการปฏิบัติงานหรือการศึกษาค้นคว้า

**บทที่ 5**

**สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ**

**จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า**

1. เพื่อศึกษาการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆโดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

 2. เพื่อศึกษาระดับความคิดเห็นที่มีต่อการสะท้อนรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆโดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

**สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า**

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad(GSP) จะสามารถช่วยในการศึกษาค้นคว้าการการแปลงในเรื่องของการสะท้อนของรูปเรขาคณิตชนิดต่างๆได้ เช่น ไม่ว่าจะเป็นการสะท้อนของรูปสี่เหลี่ยม รูปสามเหลี่ยม รูปห้าเหลี่ยม รูปวงกลม รูปวงรี และอื่นๆ ได้ เป็นต้น

**วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า**

 **1. ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**

 ประชากรที่ใช้ในงานค้นคว้าอิสระครั้งนี้ คือ ครูคณิตศาสตร์ที่ได้อบรมการใช้ The Geometer's Sketchpad(GSP) ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

 **2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับการแปลง เรื่อง การสะท้อนของรูปเรขาคณิต ซึ่งประกอบด้วย

 1. หลักการสะท้อน

 2. การสะท้อนข้ามแกน X

 3. การสะท้อนข้ามแกน Y

 4. ตัวอย่างงานศิลปะที่ใช้การสะท้อนของรูปเรขาคณิต

 5. ตัวการสร้างปริซึมและทรงกลมจากการสะท้อนของรูปเรขาคณิต

 **3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**

 ระยะเวลาในการค้นคว้าอิสระ คือ 1 ภาคเรียน การศึกษาปี 2562

 **4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าประกอบด้วย

1. แบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 2. สื่อการเรียนรู้การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 **5. วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า**

 ผู้ค้นคว้าอิสระได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้า ดังนี้

 1. ให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทองดูสื่อการเรียนรู้ ทำแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

 2. นำผลที่ได้ในแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตมาหาค่าเฉลี่ย

 3. ผลที่ได้จากการหาค่าเฉลี่ยมาสรุป

 **6.การวิเคราะห์ข้อมูล**

 1. หาผลรวมของแต่ละช่องของแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง ทำเครื่องหมายในช่องนั้น

 2. หาค่าเฉลี่ยของผลรวมที่รวมไว้แต่ละช่องแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต

**สรุปผลการศึกษาค้นคว้า**

 จากการวิเคราะห์ข้อมูล สรุปได้ดังนี้

 การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต สามารถใช้เป็นการศึกษาและการเรียนรู้ในการค้นคว้างานนี้ได้ ใช้เป็นการเรียนรู้หลักการสะท้อนได้ และนักเรียนชั้น ม.3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทองจำนวน 28 คน ยังสามารถพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้นได้ เนื่องจากนักเรียนส่วนมากมีระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตมากที่สุด คือ เห็นด้วย รองลงมา คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง และไม่แน่ใจ น้อยที่สุด คือ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

**อภิปรายผล**

 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

 1. โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ทันสมัยที่สามารถนำมาช่วยในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยอย่างยิ่งร้อยละ 53.57

 2. โปรแกรม GSP สามารถสร้างภาพเงาที่เกิดจากการสะท้อนได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็น คือ เห็นด้วยร้อยละ 60.71

 3. โปรแกรม GSP สามารถนำมาเป็นแบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ไขปัญหา และการศึกษาได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 50.00

 4. โปรแกรม GSP ช่วยให้สะท้อนรูปเรขาคณิตได้อย่างแม่นยำ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 5. โปรแกรม GSP สามารถนำความรู้ที่ได้จากการสะท้อนประยุกต์เป็นสื่อการสอนได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 6. โปรแกรม GSP สามารถทำให้การสะท้อนมีความน่าสนใจมากขึ้น ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

 7. การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาตกแต่งเป็นลายเสื้อผ้าได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ ไม่แน่ใจร้อยละ 53.57

 8. โปรแกรม GSP สามารถนำการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาตกแต่งกล่องของขวัญให้สวยงามได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ ไม่แน่ใจร้อยละ 50.00

 9. โปรแกรม GSP ทำให้มีความเข้าใจในการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ดี ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 71.42

 10. การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตนำมาสร้างงานศิลปะได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 71.43

 11. การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถนำมาออกแบบชิ้นงานได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 53.57

 12. สามารถอธิบายหลักการในการสะท้อนในโปรแกรม GSP ได้ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.42

 13. การสะท้อนโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถสร้างเป็นรูปปริซึม และรูปทรงกระบอกได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.42

 14. โปรแกรม GSP สามารถเป็นสื่อในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องการสะท้อนรูปเรขาคณิตได้ ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 46.43

 15. การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตทำให้มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนมีระดับความคิดเห็นส่วนใหญ่ คือ เห็นด้วยร้อยละ 57.14

**ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า**

 1. ขณะที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง กำลังรับชมสื่อการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ทุกคนมีความตั้งใจที่จะรับชมสื่อ

 2. ตอนที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้น ม.3/12 จำนวน 28 คน โรงเรียนสตรีอ่างทอง ทำแบบสอบถามระดับความคิดเห็นการใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต ทุกคนทำโดยตอบตามความเป็นจริง

**ข้อเสนอแนะจากการดำเนินงาน**

 1. สามารถนำความรู้จากโปรแกรม GSP เกี่ยวกับการสะท้อนรูปเรขาคณิตไปประยุกต์ใช้ในกลุ่มสาระศิลปะได้

 2. ผู้ศึกษาการสะท้อนด้วยโปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิตสามารถเข้าใจเนื้อหาการสะท้อนได้ดีขึ้น

**บรรณานุกรม**

**บรรณานุกรม**

วิกิพีเดีย./การสะท้อน (คณิตศาสตร์)./[ออนไลน์]. //

 https://th.wikipedia.org/wiki/การสะท้อน(คณิตศาสตร์),16 ก.พ. 2019.

วิกิพีเดีย./เดอะจีโอเมเตอส์สเกตช์แพด./[ออนไลน์]. //

 https://th.wikipedia.org/wiki/เดอะจีโอเมเตอส์สเกตช์แพด,17 ก.พ. 2019.

วิกิพีเดีย./รูปร่างและรูปทรงเรขาคณิต./[ออนไลน์]. //

 https://th.wikipedia.org/wiki/รูปร่างและรูปทรงเรขาคณิต, 19 ก.พ. 2019.

วุฒิพงษ์ รักแม่./ การแปลงทางคณิตศาสตร์./[ออนไลน์]. //

 https://sites.google.com/a/yanghom.ac.th/bankruman/hnwy-kar-reiyn-ru5, 20 ก.ย. 2015

อะตอม./การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP):ส่วนประกอบของ

 ..../[ออนไลน์]. //nattareeporn.blogspot.com/p/gsp\_25.html,18 ก.พ. 2019

**ภาคผนวก**

**สื่อการเรียนรู้การใช้โปรแกรม GSP ในการสะท้อนรูปเรขาคณิต**



ภาพหน้าที่ 1



ภาพหน้าที่ 2



ภาพหน้าที่ 3



ภาพหน้าที่ 4



ภาพหน้าที่ 5



ภาพหน้าที่ 6



ภาพหน้าที่ 7



ภาพหน้าที่ 8



ภาพหน้าที่ 9



ภาพหน้าที่ 10



ภาพหน้าที่ 11