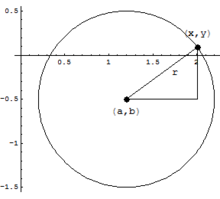


งานวิจัย

การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลมของนักเรียนขั้นมัธยมศึกษาปี่ที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง

จัดทำโดย

ด.ช. กฤตณัฐ สังขพันธ์ ม.3/12 เลขที่ 1

ด.ช. กฤตดนัย ฤกษ์วิธี ม.3/12 เลขที่ 2

ด.ช. คณาธิป ฉิมภู่ ม.3/12 เลขที่ 4

ด.ช. ณฐพล นาคประสงค์ ม.3/12 เลขที่ 7

ด.ช. ณัฐวัฒน์ น้อยอุทัย ม.3/12 เลขที่ 8

ด.ญ. เสาวลักษณ์ เพชรสด ม.3/12 เลขที่ 37

**ครูที่ปรึกษา**

คุณครูชาญณรงค์ เผือกเพี้ยน

งานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของวิชา **Independent Study (IS)**

**บทคัดย่อ**

จุดมุ่งหมายของการวิจัยนี้(1)ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรมGSP (The Geometer's Sketchpad) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง (2)เพื่อประเมินความพึงพอใจในการใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ศึกษาเรื่อง สมบัติของวงกลม

โดยมีวิธีดำเนินการกับกลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง อำเภอเมือง จังหวัดอ่างทอง จำนวน 31 คนเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่โปรแกรม GSP(The Geometer's Sketchpad) สามารถวิเคราะห์ข้อมูลได้จากแบบประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่ได้ใช้งาน

**คำนำ**

รายงาน“การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3/12โรงเรียนสตรีอ่างทอง” เล่มนี้เป็นส่วนหนึ่งของวิชา IS ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเนื้อหาในเล่มรายงานนี้จะเกี่ยวข้องกับการศึกษาสมบัติของวงกลมโดยใช้โปรแกรม GSP

การศึกษาค้นคว้าและทำรายงาน “การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยว กับสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง” เล่มนี้คณะผู้จัดทำได้วางแผนการดำเนินงานแลรวบรวมข้อมูลต่างๆ ภายในระยะเวลา 2 ภาคเรียน ศึกษาจากแหล่งความรู้จากแหล่งต่างๆ อาทิตำราและแหล่งข้อมูลเว็บไซต์จากอินเทอร์เน็ต ผู้จัดทำหวังว่ารายงานเล่มนี้จะเป็นประโยชน์กับผู้อ่าน หรือนักเรียน นักศึกษา ที่กำลังหาข้อมูลเรื่องนี้อยู่หากมีข้อแนะนำ หรือข้อผิดพลาดประการใด คณะผู้จัดทำขอน้อมรับไว้และขออภัยมา ณ ที่นี้ด้วย

คณะผู้จัดทำ

**กิตติกรรมประกาศ**

งานวิจัยเรื่อง การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยวกับ สมบัติของวงกลม นั้นสำเร็จขึ้นได้โดยได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก คุณครู ชาญณรงค์ เผือกเพี้ยน คุณครูที่ปรึกษางานวิจัยและคุณครูผู้สอน ที่ได้ให้คำเสนอแนะ แนวคิดและให้ความรู้ในการจัดทำงานวิจัย ตลอดจนการแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ มาโดยตลอด จนงานวิจัยนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้ปกครองที่คอยสนับสนุนในการจัดหาอุปกรณ์ทำงานและคอยเป็นกำลังใจให้ คณะผู้จัดทำ และขอขอบคุณเพื่อนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 ที่ให้ความร่วมมือในการทำแบบสอบถามความพึงพอใจเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยวกับ สมบัติของวงกลม

ท้ายสุดนี้ผู้จัดทำหวังว่างานวิจัยเรื่อง การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยวกับ สมบัติของวงกลม จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาและเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจในเรื่องสมบัติของวงกลม

คณะผู้จัดทำ

**สารบัญ**

**เรื่อง หน้า**

**คำนำ** ก

**กิตติกรรมประกาศ** ข

**บทที่ 1 บทนำ** 1

ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ 4

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า 4

นิยามคำศัพท์เฉพาะ 4

**บทที่ 2 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**  5

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) 5

วงกลม(Circle) 6

**บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน** 16

ขั้นตอนการคำเนินการ 16

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 16

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือแต่ละประเภท 16

เครื่องมือที่ใช้ในการประเมิน 16

วิธีดำเนินงานสร้างเครื่องมือ 16

การวิเคราะห์ข้อมูล 17

**บทที่ 4 การวิเคราะห์ข้อมูล** 18

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล 18

ผลการวิเคราะห์ 18

**บทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงาน**  24

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 24

เครื่องมือในการดำเนินการ 24

ขั้นตอนการคำเนินการ 24

สรุปผลการวิจัย 24

อภิปรายผล 25

ข้อเสนอแนะ 26

**บรรณานุกรม**  27

**บทที่1**

**บทนำ**

**ที่มาและความสำคัญ**

**คณิตศาสตร์** เป็นศาสตร์ที่มุ่งค้นคว้าเกี่ยวกับ[โครงสร้างนามธรรม](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%82%E0%B8%84%E0%B8%A3%E0%B8%87%E0%B8%AA%E0%B8%A3%E0%B9%89%E0%B8%B2%E0%B8%87%E0%B8%99%E0%B8%B2%E0%B8%A1%E0%B8%98%E0%B8%A3%E0%B8%A3%E0%B8%A1)ที่ถูกกำหนดขึ้นผ่านทางกลุ่มของ[สัจพจน์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%88%E0%B8%9E%E0%B8%88%E0%B8%99%E0%B9%8C)ซึ่งมีการให้เหตุผลที่แน่นอนโดยใช้[ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B8%A3%E0%B8%81%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%8D%E0%B8%A5%E0%B8%B1%E0%B8%81%E0%B8%A9%E0%B8%93%E0%B9%8C) และ[สัญญากรณ์คณิตศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%8D%E0%B8%81%E0%B8%A3%E0%B8%93%E0%B9%8C%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C) เรามักนิยามโดยทั่วไปว่าคณิตศาสตร์เป็นสาขาวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับ[รูปแบบ](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%A3%E0%B8%B9%E0%B8%9B%E0%B9%81%E0%B8%9A%E0%B8%9A&action=edit&redlink=1)และ[โครงสร้าง](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%82%E0%B8%84%E0%B8%A3%E0%B8%87%E0%B8%AA%E0%B8%A3%E0%B9%89%E0%B8%B2%E0%B8%87), [การเปลี่ยนแปลง](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B9%80%E0%B8%9B%E0%B8%A5%E0%B8%B5%E0%B9%88%E0%B8%A2%E0%B8%99%E0%B9%81%E0%B8%9B%E0%B8%A5%E0%B8%87&action=edit&redlink=1) และ[ปริภูมิ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B4%E0%B8%A0%E0%B8%B9%E0%B8%A1%E0%B8%B4) กล่าวคร่าว ๆ ได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นสนใจ "รูปร่างและจำนวน" เนื่องจากคณิตศาสตร์มิได้สร้างความรู้ผ่านกระบวนการทดลอง บางคนจึงไม่จัดว่าคณิตศาสตร์เป็นสาขาของ[วิทยาศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B8%97%E0%B8%A2%E0%B8%B2%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C)

ในอดีตผู้คนจะใช้สิ่งของแทนจำนวนที่จะนับยิ่งนานเข้าจำนวนประชากรยิ่งมีมากขึ้น ทำให้ผู้คนเริ่มคิดที่จะประดิษฐ์ตัวเลขขึ้นมาแทนการนับที่ใช้สิ่งของนับแทนจากนั้นก็มีการบวก ลบคูณ และหาร จากนั้นก็ก่อให้เกิดคณิตศาสตร์ คำว่า "คณิตศาสตร์" (คำอ่าน: คะ-นิด-ตะ-สาด) มาจากคำว่า คณิต ([การนับ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%99%E0%B8%B1%E0%B8%9A) หรือ [คำนวณ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%84%E0%B8%B3%E0%B8%99%E0%B8%A7%E0%B8%93)) และ ศาสตร์ ([ความรู้](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%84%E0%B8%A7%E0%B8%B2%E0%B8%A1%E0%B8%A3%E0%B8%B9%E0%B9%89) หรือ [การศึกษา](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%A8%E0%B8%B6%E0%B8%81%E0%B8%A9%E0%B8%B2)) ซึ่งรวมกันมีความหมายโดยทั่วไปว่า การศึกษาเกี่ยวกับการคำนวณ หรือ วิชาที่เกี่ยวกับการคำนวณ.คำนี้ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า mathematics มาจากคำ[ภาษากรีก](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%A0%E0%B8%B2%E0%B8%A9%E0%B8%B2%E0%B8%81%E0%B8%A3%E0%B8%B5%E0%B8%81) μάθημα (máthema)แปลว่า "วิทยาศาสตร์, ความรู้, และการเรียน" และคำว่า μαθηματικός (mathematikós) แปลว่า "รักที่จะเรียนรู้" ในอเมริกาเหนือนิยมย่อ mathematics ว่า math ส่วนประเทศอื่น ๆ ที่ใช้ภาษาอังกฤษนิยมย่อว่า maths ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ผ่านทางการวิจัยและการประยุกต์ใช้ คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมืออันหนึ่งของวิทยาศาสตร์ อย่างไรก็ตามการคิดค้นทางคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องมีเป้าหมายอยู่ที่การนำไปใช้ทางวิทยาศาสตร์ ([คณิตศาสตร์บริสุทธิ์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%9A%E0%B8%A3%E0%B8%B4%E0%B8%AA%E0%B8%B8%E0%B8%97%E0%B8%98%E0%B8%B4%E0%B9%8C) และ[คณิตศาสตร์ประยุกต์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B0%E0%B8%A2%E0%B8%B8%E0%B8%81%E0%B8%95%E0%B9%8C)) โครงสร้างต่าง ๆ ที่นักคณิตศาสตร์สนใจและพิจารณานั้น มักจะมีต้นกำเนิดจาก[วิทยาศาสตร์ธรรมชาติ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B8%97%E0%B8%A2%E0%B8%B2%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%98%E0%B8%A3%E0%B8%A3%E0%B8%A1%E0%B8%8A%E0%B8%B2%E0%B8%95%E0%B8%B4) และ[สังคมศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%87%E0%B8%84%E0%B8%A1%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C)โดยเฉพาะ[ฟิสิกส์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%9F%E0%B8%B4%E0%B8%AA%E0%B8%B4%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B9%8C)และ[เศรษฐศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%80%E0%B8%A8%E0%B8%A3%E0%B8%A9%E0%B8%90%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C) ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ยังเกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในสาขา[วิทยาการคอมพิวเตอร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B8%97%E0%B8%A2%E0%B8%B2%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%84%E0%B8%AD%E0%B8%A1%E0%B8%9E%E0%B8%B4%E0%B8%A7%E0%B9%80%E0%B8%95%E0%B8%AD%E0%B8%A3%E0%B9%8C)และ[ทฤษฎีการสื่อสาร](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%97%E0%B8%A4%E0%B8%A9%E0%B8%8E%E0%B8%B5%E0%B8%81%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B8%AA%E0%B8%B7%E0%B9%88%E0%B8%AD%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%A3&action=edit&redlink=1) อีกด้วย

เนื่องจากคณิตศาสตร์นั้นใช้[ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B8%A3%E0%B8%81%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%8D%E0%B8%A5%E0%B8%B1%E0%B8%81%E0%B8%A9%E0%B8%93%E0%B9%8C)และ[สัญญากรณ์คณิตศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%8D%E0%B8%81%E0%B8%A3%E0%B8%93%E0%B9%8C%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C) ซึ่งทำให้กิจกรรมทุกอย่างกระทำผ่านทางขั้นตอนที่ชัดเจน เราจึงสามารถพิจารณาคณิตศาสตร์ว่า เป็นระบบภาษาที่เพิ่มความแม่นยำและชัดเจนให้กับภาษาธรรมชาติ ผ่านทางศัพท์และไวยากรณ์บางอย่าง สำหรับการอธิบายและศึกษาความสัมพันธ์ทั้งทางกายภาพและนามธรรม ความหมายของคณิตศาสตร์นั้นยังมีอีกหลายมุมมอง ซึ่งหลายอันถูกกล่าวถึงในบทความเกี่ยวกับปรัชญาของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ยังถูกจัดว่าเป็นศาสตร์[สัมบูรณ์](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%AA%E0%B8%B1%E0%B8%A1%E0%B8%9A%E0%B8%B9%E0%B8%A3%E0%B8%93%E0%B9%8C&action=edit&redlink=1) โดยจำไม่เป็นต้องมีการอ้างถึงใด ๆ จากโลกภายนอก [นักคณิตศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%99%E0%B8%B1%E0%B8%81%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C)กำหนดและพิจารณาโครงสร้างบางประเภท สำหรับใช้ในคณิตศาสตร์เองโดยเฉพาะ, เนื่องจากโครงสร้างเหล่านี้ อาจทำให้สามารถอธิบายสาขาย่อย ๆ หลาย ๆ สาขาได้ในภาพรวม หรือเป็นประโยชน์ในการคำนวณพื้นฐาน

นอกจากนี้ นักคณิตศาสตร์หลายคนทำงานเพื่อเป้าหมายเชิงสุนทรียภาพเท่านั้น โดยมองว่าคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์เชิง[ศิลปะ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%A8%E0%B8%B4%E0%B8%A5%E0%B8%9B%E0%B8%B0) มากกว่าที่จะเป็นศาสตร์เพื่อการนำไปประยุกต์ใช้ (ดังเช่น [จี. เอช. ฮาร์ดี](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%88%E0%B8%B5._%E0%B9%80%E0%B8%AD%E0%B8%8A._%E0%B8%AE%E0%B8%B2%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%94%E0%B8%B5&action=edit&redlink=1) ที่ได้กล่าวไว้ในหนังสือ *A Mathematician's Apology*) ; แรงผลักดันในการทำงานเช่นนี้ มีลักษณะไม่ต่างไปจากที่[กวี](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%81%E0%B8%A7%E0%B8%B5)และ[นักปรัชญา](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%99%E0%B8%B1%E0%B8%81%E0%B8%9B%E0%B8%A3%E0%B8%B1%E0%B8%8A%E0%B8%8D%E0%B8%B2)ได้ประสบ และเป็นสิ่งที่ไม่สามารถอธิบายได้. [อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AD%E0%B8%B1%E0%B8%A5%E0%B9%80%E0%B8%9A%E0%B8%B4%E0%B8%A3%E0%B9%8C%E0%B8%95_%E0%B9%84%E0%B8%AD%E0%B8%99%E0%B9%8C%E0%B8%AA%E0%B9%84%E0%B8%95%E0%B8%99%E0%B9%8C" \o "อัลเบิร์ต ไอน์สไตน์) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ ในหนังสือ *Ideas and Opinions* ของเขา

องค์ความรู้ในคณิตศาสตร์รวมกันเป็น[สาขาวิชา](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%B2%E0%B8%82%E0%B8%B2%E0%B8%A7%E0%B8%B4%E0%B8%8A%E0%B8%B2) หลักการเบื้องต้นที่เริ่มจาก[เลขคณิต](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%80%E0%B8%A5%E0%B8%82%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95)ไปยังการประยุกต์ใช้งานพื้นฐานของสาขาคณิตศาสตร์ที่รวม[พีชคณิต](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%9E%E0%B8%B5%E0%B8%8A%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95) [เรขาคณิต](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%80%E0%B8%A3%E0%B8%82%E0%B8%B2%E0%B8%84%E0%B8%93%E0%B8%B4%E0%B8%95) [ตรีโกณมิติ](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B8%B5%E0%B9%82%E0%B8%81%E0%B8%93%E0%B8%A1%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%B4)[สถิติศาสตร์](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B8%AA%E0%B8%96%E0%B8%B4%E0%B8%95%E0%B8%B4%E0%B8%A8%E0%B8%B2%E0%B8%AA%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%8C)  และ[แคลคูลัส](https://th.wikipedia.org/wiki/%E0%B9%81%E0%B8%84%E0%B8%A5%E0%B8%84%E0%B8%B9%E0%B8%A5%E0%B8%B1%E0%B8%AA) เป็น[หลักสูตรแกน](https://th.wikipedia.org/w/index.php?title=%E0%B8%AB%E0%B8%A5%E0%B8%B1%E0%B8%81%E0%B8%AA%E0%B8%B9%E0%B8%95%E0%B8%A3%E0%B9%81%E0%B8%81%E0%B8%99&action=edit&redlink=1)ในการศึกษาขั้นพื้นฐาน แม้ว่าจะได้มีการพัฒนาและขยายขอบเขตไปอย่างมากมายในช่วงเวลาหลายร้อยปี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ยังคงถูกจัดว่าเป็นสาขาวิชาเดี่ยว ที่มีลักษณะแตกต่างจากสาขาอื่น ๆ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับทุกคน การจัดการศึกษาของไทยตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันได้ ตระหนักถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีความสำคัญในวงการธุรกิจอุตสาหกรรม วิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยีซึ่งต้องอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มีลักษณะเป็น นามธรรม มีการใช้เหตุผลอย่างเป็นระบบ มีความคงเส้นคงวา มีรูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการ นำไปใช้ประโยชน์ ลักษณะของเนื้อหาคณิตศาสตร์มีความเป็นภาษาสากล สามารถนำไปสื่อสาร สื่อความหมายและ เชื่อมโยงความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ฉะนั้นการวางรากฐานทางคณิตศาสตร์ที่มั่นคงจึงมีความสำคัญอย่างมาก ในการที่จะนำความรู้และนำทักษะทาง คณิตศาสตร์ไปใช้ในการพัฒนาการคิดและการพัฒนาวิชาชีพที่เกี่ยวข้องได้

โครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ ปี 2550 (Trends in International Mathematics and Science Study 2007, TIMSS-2007) ได้ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนไทยอยู่ในอันดับที่ 29 โดยได้ 441 คะแนน ถือว่าต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ ซึ่งอยู่ที่ 500 คะแนน

เนื่องจากปัญหาทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีมากมาย เช่น คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ เรียนรู้ได้ยาก นักเรียนไม่เห็นความสำคัญ กระบวนการเรียนการสอนในชั้นเรียนน่าเบื่อหน่าย นักเรียนไม่สนใจนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำจะไม่มี ความสามารถในการคิดที่เป็นเหตุเป็นผลและการคิดเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสาระต่าง ๆ และไม่สามารถเข้าใจ สาระที่เป็นนามธรรมได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค ได้วิเคราะห์สาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มาจากทั้งด้านนักเรียน ครูผู้สอน และสื่อการเรียนการสอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะวิชาเรขาคณิตที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต เช่น รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม วงกลม และทฤษฎีหรือสมบัติที่เกี่ยวข้อง รูปทรงเรขาคณิต เช่น ปริซึม พีระมิด ทรงกลม ทรงกระบอก พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งนักเรียนจะมีปัญหาในการสร้างรูปและให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์หรือการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้ทาง เรขาคณิต เครื่องมือสร้างรูปประกอบการพิสูจน์หรือการแก้โจทย์ปัญหาที่นักเรียนใช้ ได้แก่ ไม้บรรทัด วงเวียน ที่ ไม่ได้มาตรฐานจะทำให้เกิดการคลาดเคลื่อนของข้อมูลผิดไปจากความเป็นจริง การจัดการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์พบว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นประกอบด้วยปัญหาด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ บางเรื่องไม่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ แต่หลักสูตรกำหนดไว้เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนชั้นสูงหรือเพื่อเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ โดยครูที่สอนคณิตศาสตร์จะใช้รูปแบบวิธีการสอนโดยครูบรรยาย ให้นักเรียนเป็นผู้ฟัง และฝึกปฏิบัติตาม การสอนจะดำเนินการสอนโดยทบทวนหรือเฉลยการบ้าน หรือนำเสนอเนื้อหาใหม่โดยการ ยกตัวอย่างบนกระดาน อธิบายและตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ นักเรียนที่ตอบส่วนใหญ่จะเป็นนักเรียนเก่ง แล้วครูจะ ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน การใช้สื่อการสอนจะใช้สื่อการสอนที่มีอยู่แล้ว เช่น วงเวียน ครึ่งวงกลม และแบบฝึกหัดสำเร็จรูป มีสื่อการเรียนการสอนน้อย การใช้สื่อไม่น่าสนใจ ไม่ได้พัฒนาสื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและตัวนักเรียน

**วัตถุประสงค์**

1. เพื่อศึกษาเกี่ยวกับ สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad
2. เพื่อประเมินความพึงพอใจในการใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ศึกษาเรื่อง สมบัติของวงกลม

**ขอบเขตของการศึกษา**

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้ศึกษาได้ขอบเขตของการศึกษา ดังนี้

**ขอบเขตด้านเนื้อหา**

เนื้อหาที่จะศึกษาสมบัติของวงกลมและความพึงพอใจในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)

**นิยามศัพท์เฉพาะ**

**โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP**) หมายถึง สิ่งที่สำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนใน วิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ใน การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้ง ต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีการเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น The Geometer’s Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วย การใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่นแบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบ กับ การสร้างบนกระดาษนอกจากนี้The Geometer’s Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจ ได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการ สร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ“นิ่งอยู่กับที่” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริง เนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไร จะเป็นจริงเสมอโดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลาย ๆ รูป

**บทที่2**

**เอกสารที่เกี่ยวข้อง**



**โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP)** ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นเวลานับพันปีมาแล้ว ที่การวาดและการนึกภาพ เป็นสิ่งที่สำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนใน วิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน และดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ใน การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ประการ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้ง ต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีการเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น The Geometer’s Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วย การใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่นแบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบ กับ การสร้างบนกระดาษนอกจากนี้The Geometer’s Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจ ได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการ สร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ“นิ่งอยู่กับที่” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็น จริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน ) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริง เนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไร จะเป็นจริงเสมอโดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลายๆ รูป โปรแกรม GSP คือ โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เป็นระบบซอฟต์แวร์ที่ใช้ สำหรับสร้าง สำรวจ และวิเคราะห์สิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้หลายด้าน โปรแกรม GSP มี ประโยชน์ดังนี้ 1. ใช้สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีปฏิสัมพันธ์ได้หลากหลายตั้งแต่การค้นหาในระดับพื้นฐาน ซึ่งเกี่ยวกับรูปร่างและจำนวนไปจนถึงภาพวาดขั้นสูงที่มีความซับซ้อน และเคลื่อนไหวได้ 2. ช่วยเสริมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเรื่องอื่นๆ 3. สามารถอธิบายหลักการคณิตศาสตร์ การตอบปัญหา และกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อ คาดการณ์ โดยฝึกทำเองบนเครื่องคอมพิวเตอร์ 4. สร้างภาพทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนสำหรับใช้ในการทำรายงาน หรือในงานที่ได้รับ มอบหมาย ปัญหาของนักเรียนในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ที่มีเรื่อง การเลื่อนขนาน การ สะท้อน การหมุน จะพบว่านักเรียนมองภาพที่เกิดขึ้นจากการแปลงทางเรขาคณิตไม่ได้ มองได้ยาก ไม่ สามารถบอกภาพที่เกิดจากการแปลงรูปต้นแบบได้เพราะครูใช้กระดานเป็นสื่อการเรียนรู้ ซึ่งในการเรียน เรื่องนี้จะต้องใช้สื่อการเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมองภาพได้อย่างชัดเจน และโปรแกรม GSP นี้สามารถตอบ โจทย์ได้อย่างดี เป็นสื่อนวัตกรรมที่ทำให้การเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตได้เป็นอย่างดี นักเรียน มองเห็นภาพชัดเจน จากการสอบถามนักเรียนจำนวน 100 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจง และเรียนเรื่องการ แปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) พบว่า 95% เรียนเรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ได้อย่างเข้าใจมากยิ่งขึ้น และอีก 5% เป็นนักเรียนที่เรียนเรื่องนี้แล้วสามารถ เข้าใจ ประยุกต์ มองภาพออกได้โดยไม่ต้องใช้โปรแกรม GSP การใช้ โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) เป็นสื่อในการเรียนการสอนทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น แต่อย่างไรก็ตามมีวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถของครูผู้สอน แต่ โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จะเป็นทางเลือกหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ อย่างแท้จริง ในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

**วงกลม(Circle)**

**1. วงกลม** เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งทุกๆ จุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากันเรียกจุดคงที่นี้ว่า **จุดศูนย์กลาง** (Center)

**2. รัศมี** (Radius) คือระยะจากจุดศูนย์กลางถึงเส้นรอบวง

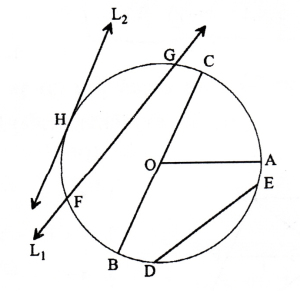
**3. เส้นผ่านศูนย์กลาง** (Diameter) คือความยาวเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางวงกลมโดยที่ปลายทั้งสองจรดเส้นรอบวง และความยาวเป็น 2 เท่าของรัศมี

**4. คอร์ด** (Chord) คือ เส้นตรงภายในวงกลมโดยปลายทั้งสองจรดเส้นรอบวง และเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุด

**5. เส้นตัดวงกลม** (secant line) คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

**6. เส้นสัมผัสวงกลม** (Tangent line) คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั้นว่า

**จุดสัมผัส** (point of tangency)

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/1.jpg)

O เป็นจุดศูนย์กลาง

OA เป็นรัศมีวงกลม

BC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม

DE เป็นคอร์ดของวงกลม

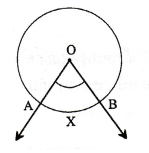
L1 เป็นเส้นตัดวงกลม โดยตัดวงกลมที่จุด F และ G

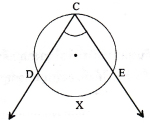
L2 เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด H

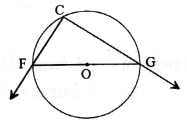
**7. มุมที่จุดศูนย์กลาง**(Central angle) คือมุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลม เป็นจุยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

**8. มุมในส่วนโค้งของวงกลม**(Inscribed angle) คือมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

**9. มุมในครึ่งวงกลม** คือมุมที่มีจุดยอดอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/2.jpg)   – มุม AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง O โดยมีโค้ง AXB รองรับ

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/3.jpg) – มุม DCE เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยมีโค้ง DXE รองรับ

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/4.jpg) – มุม FCG เป็นมุมในครึ่งวงกลม

**ทฤษฎีบทวงกลม**

**ทฤษฎีบทที่ 1** มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/51.jpg)

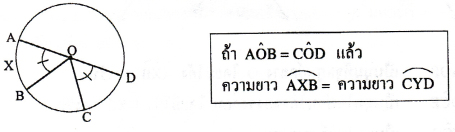
**ทฤษฎีบทที่ 2** มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/6.jpg)

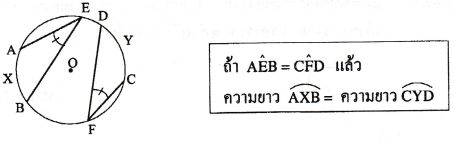
**ทฤษฎีบทที่ 3** ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/7.jpg)

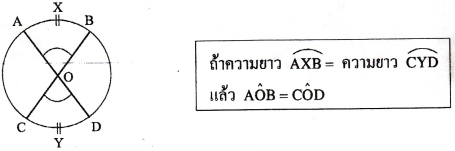
**ทฤษฎีบทที่ 4** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/8.jpg)

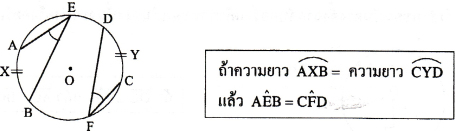
**ทฤษฎีบทที่ 5** ในวงกลมที่เท่ากันทุกระการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/9.jpg)

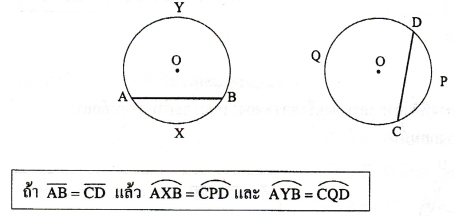
**ทฤษฎีบทที่ 6** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/10.jpg)

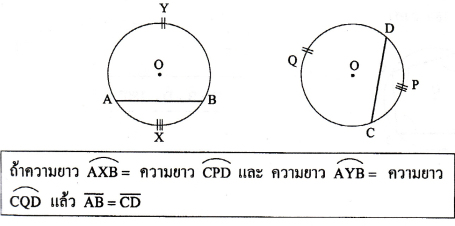
**ทฤษฎีบทที่ 7** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากันแล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วนส่วนโค้งนั้น จะมีขนาดเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/11.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 8** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

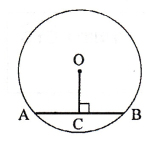
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/12.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 9** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะยาวเท่ากัน

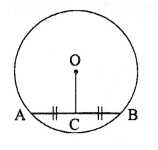
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/13.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 10** ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

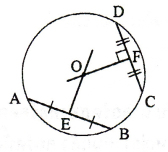
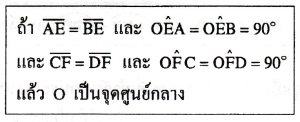
1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ดแล้วเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/14_1.jpg)[https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/14_2.jpg?w=210&h=60](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/14_2.jpg)

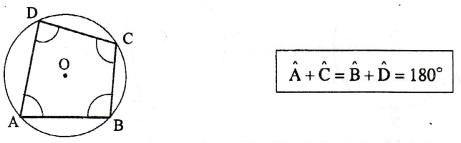
2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ดแล้วส่วนของเว้นตรงจะตั้งฉากกับคอร์ด

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/15_1.jpg)[https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/15_2.jpg?w=273&h=55](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/15_2.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 11** เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

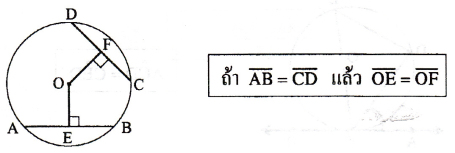
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/16_11.jpg)[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/16_2.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 12** รูปสี่เหลี่ยมใดๆ ที่แนบอยู่ในวงกลมผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา

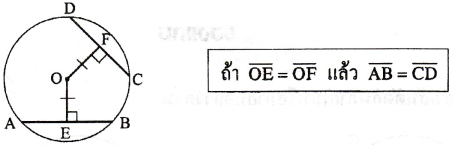
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/17.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 13**

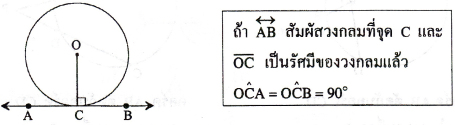
1. ในวงกลมวงหนึ่งถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากันคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/18.jpg)

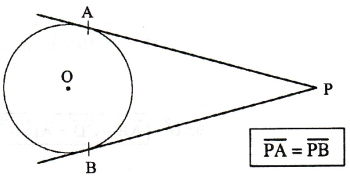
2. ในวงกลมหนึ่งถ้าคอร์ดทั้งสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน และคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/19.jpg)

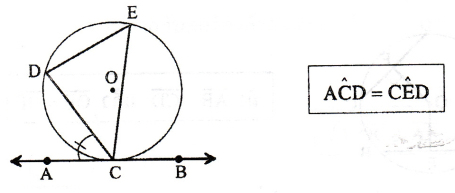
**ทฤษฎีบทที่ 14** เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/20.jpg)

**ทฤษฎีบทที่ 15** ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆ หนึ่ง ภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

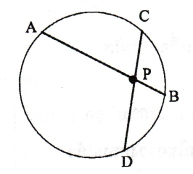
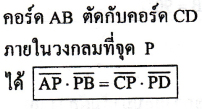
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/211.jpg)

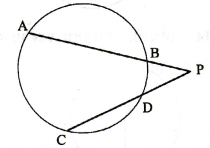
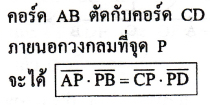
**ทฤษฎีบทที่ 16** มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/22.jpg)

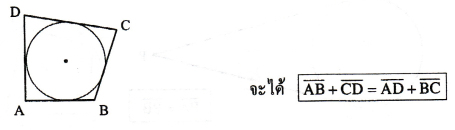
**แถม**(ควรจำ)

**1. คอร์ดสองเส้นตัดกันภายใน หรือภายนอกวงกลม**

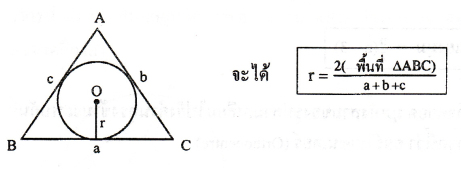
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/23_1.jpg)[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/23_2.jpg)

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/24_11.jpg)[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/24_21.jpg)

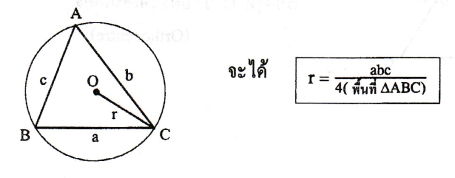
**2. วงกลมแนบในรูปสี่เหลี่ยมวงกลมแนบในสามเหลี่ยม**

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/25.jpg)

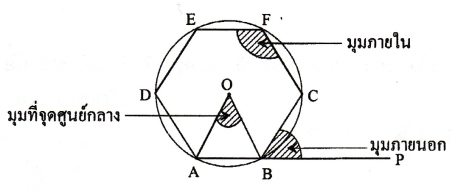
**3. วงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม**

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/26.jpg)

**4. รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า**

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/27.jpg)

**5. รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า**

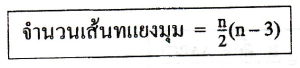
[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/28.jpg)

**รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า** คือ รูปที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน และมุมทุกมุมยาวเท่ากัน

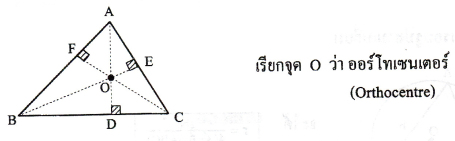
**สมบัติของรูป n เหลี่ยมด้านเท่า** (n คือจำนวนเหลี่ยม)

1. มุมที่จุดศูนย์กลางกางมุมละ [https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/111.jpg?w=33&h=29](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/111.jpg)  
2. มุมภายนอกกางมุมละ [https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/111.jpg?w=33&h=29](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/111.jpg)  
3. มุมภายในกางมุมละ [https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/222.jpg?w=61&h=26](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/222.jpg)  
4. ผลบวกของมุมภายในทุกมุม [https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/333.jpg?w=73&h=21](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/333.jpg)

**6. จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป n เหลี่ยม**

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/444.jpg)

**7.เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุดยอด มุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมไปยังด้านตรงข้ามจะพบกับที่จุดๆ หนึ่งเสมอ เรียกจุดนี้ว่า ออร์โทเซนเตอร์ (Orthocentre)**

[](https://lbbz.files.wordpress.com/2011/11/555.jpg)

**บทที่ 3**

**วิธีดำเนินการวิจัย**

การวิจัยเรื่อง การหาคำตอบของวงกลมโดยใช้โปรแกรม GSP ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัย ตามขั้นตอนดังนี้

**ขั้นตอนการคำเนินการ**

ขั้นตอนที่ 1 เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง จำนวน 31 คน

ขั้นตอนที่ 2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษาเกี่ยวกับ สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จำนวน 15 ข้อ และเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูล โดยหาจากความพึงพอใจในแต่ละข้อ และนำคะแนนความพึงพอใจในแต่ละข้อที่ได้มาคำนวณเป็นร้อยละ และค่าเฉลี่ยที่ได้จากการให้นักเรียนจำนวน 31 คน

**เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. โปรแกรม GSP ที่ช่วยในการศึกษาเรื่อง การหาคำตอบของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12

2. แบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม GSP

**ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือแต่ละประเภท**

การสร้างแบบประเมินความสามารถในการทำแบบทดสอบ มีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาสิ่งที่จะเป็นแนวทางในการสร้างแบบประเมิน
2. กำหนดระดับในการประเมิน มี 3 ระดับ
3. เริ่มการสร้างแบบประเมินความพึงพอใจในการศึกษาสมบัติของวงกลโดยใช้โปรแกรม GSP
4. นำไปให้ครูผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและแก้ไข

**การวิเคราะห์ข้อมูล**

นำแบบประเมินความพึงพอใจซึ่งมีการกำหนดระดับความพึงพอใจไว้ 3 ระดับ คือ 1.ความพึงพอใจมากที่สุด 2.ความพึงพอใจมาก 3.ความพึงพอใจพอใช้ และนำข้อมูลมาวิเคราะห์โดยการหาค่าเฉลี่ย ของคำตอบในแบบประเมินความพึงพอใจ และนำมาสรุปผลว่าค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับความพึงพอใจใด

**บทที่4**

**การวิเคราะห์ข้อมูล**

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อที่ศึกษา สมบัติของวงกลม เพื่อหาคำตอบของรูปวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ซึ่งเป็นสื่อผสม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3/12 และเพื่อศึกษา ปัญหา อุปสรรค และข้อเสนอแนะแนวทางในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ผู้วิจัยจึงจัดทำแบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ซึ่งมีการเก็บข้อมูลจากกลุ่มนักเรียนจำนวน 31 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบเจาะจง โดยคิดเป็นร้อยละ ของผู้ทำแบบประเมินทั้งหมด ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์และเสนอผลการวิเคราะห์ โดยใช้ตารางประกอบการบรรยาย ดังนี้

**การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล**

ผู้วิจัยได้เสนอผลวิเคราะห์ข้อมูลการประเมินความพึงพอใจในการเกี่ยวกับการศึกษาสมบัติวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง โดยใช้โปรแกรม GSP

**ผลการวิเคราะห์**

จากการที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้ทำแบบประเมินความพึงพอใจในการศึกษาสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม GSP จึงได้นำคะแนนความพึงพอใจในแต่ละข้อที่ได้มาคำนวณเป็นร้อยละ ดังตาราง

**ตาราง คะแนนความพึงพอใจในแต่ละข้อที่ได้มาคำนวณเป็นร้อยละ**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ลำ**  **ดับ** | **คำถาม** | **ระดับความพึงพอใจ**  **(คิดเป็นร้อยละของจำนวนผู้ทำแบบประเมินความพึงพอใจ)** | | |
| **มากที่สุด** | **มาก** | **พอใช้** |
| 1 | การศึกษาสมบัติของวงกลมด้วยโปรแกรม GSP ช่วยให้ไม่น่าเบื่อและประหยัดเวลาในการศึกษา | 22.6 | 67.7 | 9.7 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ลำ**  **ดับ** | **คำถาม** | **ระดับความพึงพอใจ**  **(คิดเป็นร้อยละของจำนวนผู้ทำแบบประเมินความพึงพอใจ)** | | |
| **มากที่สุด** | **มาก** | **พอใช้** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม ทำให้เข้าใจได้มากขึ้น | 32.3 | 54.8 | 12.9 |
| 3 | สามารถมองเห็นภาพตัวอย่างได้ชัดเจนยิ่งขึ้นเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการศึกษาสมบัติของวงกลม | 51.6 | 35.5 | 12.9 |
| 4 | เครื่องมือในโปรแกรม GSP ที่ใช้คำนวณค่าต่างๆ เช่น การวัดความยาวของเส้นตรง มีความแม่นยำและเป็นมาตรฐาน | 58.1 | 35.5 | 6.4 |
| 5 | สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาใช้ศึกษาต่อในระดับชั้นที่สูงขึ้น | 22.6 | 64.5 | 12.9 |
| 6 | สามารถทบทวนความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม ได้ง่ายโดยใช้คอมพิวเตอร์ | 22.6 | 64.5 | 12.9 |
| 7 | สามารถนำสมบัติของวงกลมที่ใช้โปรแกรม GSP ศึกษา มาสร้างสรรค์ผลงานด้านศิลปะ | 32.2 | 58.1 | 9.7 |
| 8 | สามารถนำสมบัติของวงกลมที่ใช้โปรแกรม GSP ศึกษามาสร้างแผนภูมิรูปวงกลมเพื่อใช้แสดงข้อมูลต่างๆได้ | 38.7 | 51.6 | 39.7 |
| 9 | ในการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม สามารถช่วยพัฒนาทักษะการเรียนรู้ด้านวิชาคณิตศาสตร์ | 38.7 | 45.2 | 16.1 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **ลำ**  **ดับ** | **คำถาม** | **ระดับความพึงพอใจ**  **(คิดเป็นร้อยละของจำนวนผู้ทำแบบประเมินความพึงพอใจ)** | | |
| **มากที่สุด** | **มาก** | **พอใช้** |
| 10 | สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาสรุปเป็นใบความรู้เพื่อง่ายต่อการอ่านทบทวน | 25.8 | 54.8 | 19.4 |
| 11 | สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดเพื่อช่วยพัฒนาทักษะการคิดในด้านวิชาคณิตศาสตร์ | 32.2 | 58.1 | 9.7 |
| 12 | นำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาประยุกต์ใช้กับหน่วยการเรียนรู้ต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การหาปริมาตรของปริซึมทรงกระบอก | 51.6 | 41.9 | 6.5 |
| 13 | การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม สามารถคำนวณขนาดของมุมในวงกลมได้อย่างแม่นยำมากยิ่งขึ้น | 58.1 | 29.0 | 12.9 |
| 14 | สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาสร้างแบบฝึกหัดเพื่อใช้พัฒนาทักษะการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของวงกลม | 41.9 | 45.2 | 12.9 |
| 15 | โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในการใช้ศึกษาเรื่อง สมบัติของวงกลม | 29.0 | 64.5 | 6.5 |

จากผลวิเคราะห์ในตาราง ผู้วิจัยได้นำข้อมูลในการวิเคราะห์มาสรุปการประเมินความพึงพอใจในการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง เป็นรายข้อ ดังนี้

**คำถามในการประเมิน**

1. การศึกษาสมบัติของวงกลมด้วย โปรแกรมGSP ช่วยให้ไม่น่าเบื่อและประหยัดเวลาในการศึกษา

2. การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลมทำให้เข้าใจได้มากขึ้น

3. สามารถมองเห็นภาพตัวอย่างได้ชัดเจนยิ่งขึ้นเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการศึกษาสมบัติของวงกลม

4. เครื่องมือในโปรแกรม GSP ที่ใช้คำนวณค่าต่างๆเช่น การวัดความยาวของเส้นตรงมีความแม่นยำและเป็นมาตรฐาน

5. สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSPศึกษาสมบัติของวงกลม มาใช้ศึกษาต่อในระดับชั้นที่สูงขึ้น

6. สามารถทบทวนความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม ได้ง่ายโดยใช้คอมพิวเตอร์

**คำตอบส่วนใหญ่ ระดับความพึงพอใจ**

**ของผู้ที่ทำแบบประเมิน**

**(คิดเป็นร้อยละ)**

67.7 มาก

51.6 มาก

58.1 มากที่สุด

64.5 มากที่สุด

64.5 มาก

58.1 มาก

**คำถามในการประเมิน**

7. สามารถนำสมบัติของวงกลมที่ใช้โปรแกรม GSP ศึกษามาสร้างสรรค์ผลงานด้านศิลปะ

8. สามารถนำสมบัติของวงกลมที่ใช้โปรแกรม GSP ศึกษามาสร้างแผนภูมิรูปวงกลมเพื่อใช้แสดงข้อมูลต่างๆได้

9. ในการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลมสามารถช่วยพัฒนาทักษะการเรียนรู้ด้านวิชาคณิตศาสตร์

10. สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาสรุปเป็นใบความรู้เพื่อง่ายต่อการอ่านทบทวน

11. สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาประยุกต์ใช้ในการทำแบบฝึกหัดเพื่อช่วยพัฒนาทักษะการคิดในด้านวิชาคณิตศาสตร์

12. นำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาประยุกต์ใช้กับหน่วยการเรียนรู้ต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การหาปริมาตรของปริซึมทรงกระบอก

13. การใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลมสามารถคำนวณขนาดของมุมในวงกลมได้อย่างแม่นยำมากยิ่งขึ้น

**คำตอบส่วนใหญ่ ระดับความพึงพอใจ**

**ของผู้ที่ทำแบบประเมิน**

**(คิดเป็นร้อยละ)**

45.2 มาก

51.6 มาก

45.2 มาก

54.8 มาก

58.1 มาก

51.6 มากที่สุด

58.1 มากที่สุด

**คำตอบส่วนใหญ่ ระดับความพึงพอใจ**

**ของผู้ที่ทำแบบประเมิน**

**(คิดเป็นร้อยละ)**

45.2 มาก

64.5 มาก

**คำถามในการประเมิน**

14. สามารถนำความรู้ที่ได้จากการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม มาสร้างแบบฝึกหัดเพื่อใช้พัฒนาทักษะการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของวงกลม

15. โปรแกรม GSP มีความเหมาะสมในการใช้ศึกษาเรื่อง สมบัติของวงกลม

จากข้อมูลคำตอบส่วนใหญ่ในการทำแบบประเมิน การใช้โปรแกรม GSPในการ ศึกษาสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง ได้รับความพึงพอใจ อยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด

**บทที่ 5**

**สรุปผลการดำเนินงาน**

การวิจัยเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3/12 โดยมีขั้นตอนการวิจัยและสรุปผลการวิจัยดังนี้

**วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

1. เพื่อศึกษาสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad

2. ศึกษาความพึงพอใจ และข้อเสนอแนะในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)

**เครื่องมือในการดำเนินการ**

1. โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad

2. แบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)จำนวน 15 ข้อ เป็นแบบ 3 ตัวเลือก

**ขั้นตอนการคำเนินการ**

ขั้นตอนที่ 1 เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง จำนวน 31 คน

ขั้นตอนที่ 2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษา สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จำนวน 15 ข้อ และเก็บรวบรวมข้อมูล

ขั้นตอนที่ 3 วิเคราะห์ข้อมูล โดยหาจากความพึงพอใจในแต่ละข้อ และนำคะแนนความพึงพอใจในแต่ละข้อที่ได้มาคำนวณเป็นร้อยละ และค่าเฉลี่ยที่ได้จากการให้นักเรียนจำนวน 31 คน

**สรุปผลการวิจัย**

จากการให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 จำนวน 31 คนทำแบบประเมินความพึงพอใจ ในการศึกษาสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1**. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 3/12 **โรงเรียนสตรีอ่างทอง สามารถศึกษา**สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP)

2. ผลการประเมินจากข้อมูลคำตอบส่วนใหญ่ในการทำแบบประเมินความพึงพอใจ การใช้โปรแกรม GSP ในการศึกษาสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 โรงเรียนสตรีอ่างทอง ได้รับความพึงพอใจ อยู่ในระดับมากถึงมากที่สุด

**อภิปรายผล**

**จากการวิจัยเรื่อง** สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) **สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 3/12 **โ รงเรียนสตรีอ่างทอง ได้ข้ออภิปราย ดังนี้**

1. จากการวิจัย โดยการให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 จำนวน 31 คน ได้ศึกษาสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ด้วยตนเองและออกแบบการเรียนของตัวเอง จึงทำให้ไม่น่าเบื่อ เข้าใจได้ง่าย และสนุกสนานในการเรียน มากกว่าการเรียนแบบปกติเพราะนักเรียนบางคนไม่ชอบเนื้อหาที่น่าเบื่อ ซ้ำซากไม่น่าสนใจ และวิธีการสอนที่ไม่เข้ากับตนเองจึงทำให้เข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ยาก ผลการวิจัยจึงสรุปได้ ดังนี้

การใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad ศึกษาสมบัติของวงกลม ทำให้สามารถพัฒนาทักษะทางด้านวิชาคณิตศาสตร์และเข้าใจ เรื่อง สมบัติของวงกลม ได้มากขึ้น

2. การที่ให้กลุ่มนักเรียนทำแบบประเมินความพึงพอใจในการศึกษาสมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad(GSP) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีคำถามทั้งสิ้น 15 รายการ ซึ่งคำตอบส่วนใหญ่มีความพึงพอใจโดยภาพรวมมีค่าเฉลี่ยอยู่ในระดับมาก เนื่องจากนักเรียนบางคนไม่ค่อยชอบวิชาคณิตศาสตร์ ไม่เห็นภาพที่ชัดเจนจึงไม่เข้าใจเนื้อหา มีการคำนวณที่ช้าและไม่แม่นยำ นักเรียนเหล่านี้จึงมีผลสัมฤทธิ์ที่ไม่ค่อยดี และมีความพึงพอใจที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น เมื่อเกิดการเปลี่ยน แปลงการเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ประกอบการเรียน เรื่องสมบัติของวงกลม ทำให้ความรู้สึกทางการเรียนเปลี่ยนไป สามารถเห็นภาพได้ชัดขึ้น คำนวณได้เร็วและแม่นยำ มีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จึงเกิดความพึงพอใจทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

จากผลการวิจัยดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า การศึกษาเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/12 สามารถนำไปใช้ประกอบการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง สมบัติของวงกลมได้

**ข้อเสนอแนะ**

1. จากการวิจัยทำให้พบว่า นักเรียนบางคนไม่คุ้นเคยและไม่เคยใช้โปรแกรม The Geometer’s Sketchpad (GSP) จึงควรมีการเตรียมความพร้อมให้นักเรียนมีทักษะพื้นฐานในการใช้โปรแกรม GSP โดยให้เข้าใจและใช้เครื่องมือต่างๆได้ เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาเรื่องต่างๆโดยใช้ โปรแกรม GSP

2. ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความพึงพอใจในการใช้โปรแกรม GSP ศึกษาสมบัติของวงกลม อยู่ในระดับมาก จึงควรมีการส่งเสริมและสนับสนุนให้ครูคณิตศาสตร์นำโปรแกรม GSP ไปใช้ในการเรียนการสอนอย่างแพร่หลาย

3. ควรมีการพัฒนาโปรแกรม GSP ไปใช้ในสื่อการเรียนการสอนในภาควิชาอื่นๆ ในระดับชั้นอื่นๆ และประยุกต์ใช้ในสาระการเรียนรู้อื่นๆต่อไป

**บรรณานุกรม**

ครูอั๋น . 2555. “ปัญหาการเรียนคณิต.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: https://coolaun.com/tag/

ณัฐวุฒิ ขยันขาย. 2554. “ทฤษฎีบทวงกลม.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <https://sites.google.com/site/nkfluk11/thvsdi-bwng-klm>

วิกิพีเดีย. 2562. “คณิตศาสตร์.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: https://th.wikipedia.org/wiki/

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2562.“The Geometer’s Sketchpad (GSP).” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://math.ipst.ac.th/instructional-media/gsp/>

เสรี สุขโยธิน. 2554. “คู่มือการใช้โปรแกรม GSP ที่น่าสนใจและเป็นแนวทางทำสื่อการสอนด้วยโปรแกรม GSP.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก:[https://www.gotoknow.org/posts](https://www.gotoknow.org/posts%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20)

plan . 2557. “แบบประเมินความพึงพอใจ-การจัดโครงการ.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://www.eng.ubu.ac.th/home/plan/page/2/>